OPTIMALITÉ DE TYPE « PHI » (OU DE TYPE Φ) (G4, H, J)
(07 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit :

(1) $\eta = \Sigma_{k=1}^{K} b_k f_k(\xi) + \varepsilon = b' \phi(\xi) + \varepsilon$

un **modèle de régression** exprimé dans l'**espace des variables** (ξ, η), dans lequel $\xi : \Omega \mapsto \mathscr{X}$, $\eta : \Omega \mapsto \mathbf{R}$, $\phi(\xi)' = (\phi_1(\xi), ..., \phi_K(\xi))'$, $E\,\varepsilon / \xi = 0$ et $V\,\varepsilon / \xi = \sigma^2$. Si le modèle (1) est associé à un **plan d'expérience**, $\mathscr{X}$ est parfois appelé **espace du plan**.

Si $(X_n, y_n)_{n=1,...,N}$ est une **suite iid** constituée de **copies** du couple (ξ, η), la (K,K)-matrice de **plan** M s'écrit (cf **optimalité de type A**) :

(2) $M = N^{-1} . \Sigma_{n=1}^{N} \phi(X_n) \phi(X_n)' = \int \phi(x) \phi(x)' d\varpi(x)$,

où ϖ est une **mesure positive** sur $\mathscr{P}(\mathscr{X})$ et u' désigne le transposé de u.

Si $b^{\sim}$ est l'**estimateur des mco** de b, sa **matrice de dispersion** est alors :

(3) $V\,b^{\sim} = \sigma^2 . M^{-1}$.

Par suite, si σ^2 est connue, minimiser $V\,b^{\sim}$ revient à maximiser M. Comme M dépend de ν, on peut chercher une valeur de ν tq $M(\nu)$ soit maximum (dans un certain sens). Par exemple, si $G : \mathscr{M} \mapsto \mathbf{R}$ est une fonction réelle donnée, définie sur un ensemble $\mathscr{M}$ de matrices telles que M, on dit que $\nu^{\#}$ est une **mesure φ-optimale** ssi elle maximise la fonction $G(M(\nu))$ pr à ν.

L'expression s'explique par la notation φ souvent utilisée à la place de G : on parle alors d'**optimalité de type « PHI »**, ou d'**optimalité de type Φ**.

(ii) Cette notion contient, en particulier, des notions courantes d'**optimalité**. Par exemple, si φ = Dét (**déterminant**), elle définit l'**optimalité de type D**.