ORBITE D'UN POINT (A3, G, H, I)
(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion commune d'**orbite** peut se définir algébriquement.

(i) Soit E un **ensemble** quelconque et G un **groupe**.

On appelle **opération** de G sur E une **application** $G \times E \mapsto E$ qui associe au couple $(g, x) \in G \times E$ l'élément (noté $g \,.\, x$ ou encore $g\,x$) de E, application tq :

$$(1) \quad \begin{cases} g_1 (g_2\, x) = (g_1\, g_2)\, x, & \forall\, (g_1, g_2, x) \in G \times G \times E, \\ e\, x = x, & \forall\, x \in E, \end{cases}$$

où e désigne l'**élément neutre** de G. On dit alors que G **opère** sur E. Par suite, on définit sur E une **relation d'équivalence** ~ selon :

$$(2) \quad x_1 \sim x_2 \;\Leftrightarrow\; \exists\, g \in G : x_2 = g\, x_1 .$$

On appelle **orbite** d'un point $x \in E$ la classe d'équivalence de x :

$$(3) \quad \mathrm{Orb}\,(x) \text{ ou } O\,(x) = \{g\, x \in E : g \in G\} = \{y \in E : y \sim x\}.$$

(ii) En **Statistique**, la notion d'orbite intervient surtout dans l'étude d'un **modèle statistique** ou en **Statistique non paramétrique**.

On considère souvent la situation dans laquelle E est un **ensemble** (eg d'**observation**) $\mathscr{X}$ et $\mathscr{G}$ un **groupe de transformations** g de $\mathscr{X}$ (ie tq $g \in \mathscr{G} \Leftrightarrow g : \mathscr{X} \mapsto \mathscr{X}$).

Etant donné $x \in \mathscr{X}$, on appelle alors **orbite** de x l'ensemble :

$$(4) \quad \mathrm{Orb}\,(x) \text{ ou } O\,(x) = \{g\,(x) \in \mathscr{X} : g \in \mathscr{G}\} \subset \mathscr{X}.$$