**PARAMÈTRE INCIDENT (G2)**
(14 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **paramètre incident** est un **paramètre secondaire** intervenant dans la **spécification** d'un **modèle statistique** sans être nécessairement un **paramètre d'intérêt** pour le **statisticien** (cf **paramètre principal**).

L'expression intervient notamment dans le cas où un modèle comporte un nombre de paramètres variable avec le nombre d'**observations**, ou encore avec les valeurs des observations elles-mêmes.

(i) Ainsi, un modèle (image) $(\mathscr{X}, \mathscr{B}, \mathscr{P}^X)$ est appelé **modèle avec paramètres incidents** ssi :

(a) $(\mathscr{X}, \mathscr{B}) = (\mathscr{X}_0{}^N, \mathscr{B}_0{}^{\otimes N})$, avec $X = (X_1, ..., X_N) : \Omega \mapsto \mathscr{X}_0{}^N$ (**modèle produit** à **espace d'observation** fixe) ;

(b) il existe $\Theta \subset \mathbf{R}^Q$ et une suite finie $(\Lambda_n)_{n=1,...,N}$ de parties $\Lambda_n \subset \Theta$ tq :

(1) $X_n \sim P_{\lambda(n)}{}^{X(n)}$, $\forall\ \lambda_n \in \Lambda_n$, $\forall\ n \in N_N{}^*$,

où $X(n)$ désigne $X_n$ et $\lambda(n)$ désigne $\lambda_n$ ($\forall\ n \in N_N{}^*$).

Autrement dit, en notant $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_N)$ :

(2) $P_{\theta,\lambda}{}^X \in \mathscr{P}^X \Leftrightarrow P_{\theta,\lambda}{}^X = \otimes_{n=1}{}^N P_{\lambda(n)}{}^{X(n)}$, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\forall\ \lambda_n \in \Lambda_n$, $\forall\ n \in N_N{}^*$.

Les $X_n$ sont ainsi des va indépendantes entre elles, resp distribuées selon les lois $P_{\lambda(n)}{}^{X(n)}$ (cf **indépendance stochastique**).

Chaque loi $P_{\lambda(n)}{}^{X(n)}$ dépend donc, en général, d'un paramètre commun fixe $\theta \in \Theta$, parfois appelé **paramètre structurel**, et d'un paramètre (ici variable avec n) $\lambda_n \in \Lambda_n$, alors appelé **paramètre incident**. Souvent, $\Lambda_n = \Lambda_0$ (fixe), $\forall\ n \in N_n{}^*$, et $\Lambda_0 = \mathbf{R}^S$.

(ii) Si $\mu = \mu_0{}^{\otimes N}$ est une **mesure** dominant la famille $\mathscr{P}^X$, la **vraisemblance** du modèle précédent s'écrit :

(3) $f(x, \theta, \lambda) = \prod_{n=1}{}^N f_n(x_n, \theta, \lambda_n)$, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\forall\ \lambda \in \Lambda$,

avec $\Lambda = \prod_{n=1}{}^N \Lambda_n$ et $f_n(., \theta, \lambda_n) = dP_{\lambda(n)}{}^{X(n)} / d\mu_0$, $\forall\ n \in N_N{}^*$.

Dans cette **situation statistique**, la **méthode du maximum de vraisemblance** tombe généralement en défaut, mais d'autres méthodes d'estimation sont possibles, eg :

(a) **méthodes bayésienne par marginalisation** de $\theta$ : si une **loi a priori** peut être spécifiée (**école bayésienne**), on intègre la vraisemblance f pr à $\lambda$ ;

(b) **méthodes par ralliement** : on considère les paramètres $\lambda_n$ comme des va **inobservables** (éventuellement dégénérées), reliées aux **observables** $X_n$ de façon connue (ie si $\lambda$ est une fonction connue tq $\lambda_n = \lambda(X_n)$, $\forall n \in N_N^*$).

Des situations de cette nature se rencontrent eg dans le cas du **modèle à erreurs sur les variables**.