PARTITION GÉNÉRALISÉE (A3, B2, B3, M3)

(i) Soit $N \in M_{rs}$ (**N**) une **matrice** à éléments naturels (ie $n_{ij} \in \mathbf{N}$), $N.. = e_r' N e_s$ le total général de ses termes, $a' = e_r' N$ sa **marge du bas** de N et $b = N e_s$ sa **marge de droite**.

On note $M_{rs}^{..}$ (**N**) l'**ensemble** des matrices N de total général donné N.. et E un ensemble fini tq Card E = N.. .

On appelle **partition généralisée** toute **application** $f : E \mapsto M_{rs}^{..}$ (**N**) dont l'une des marges, eg $e_r' N$ (resp $N e_s$), est donnée, ie $e_r' N = (a^*)'$ (resp $N e_s = b^*$).

(ii) On montre que, $\forall$ N.. $\in$ **N*** :

(a) le nombre des matrices $N \in M_{rs}^{..}$ (**N**) vérifiant $e_r' N = (a^*)'$ est :

(1) $p_a^* (N.. , r, s, a, b) = \{\prod_{i=1}^{r} n_{i.} !\} / \{\prod_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{s} n_{ij} !\}$;

(b) symétriquement, le nombre de matrices $N \in M_{rs}^{..}$ (**N**) vérifiant $N e_s = b^*$ est :

(2) $p_b^* (N.. , r, s, a, b) = \{\prod_{j=1}^{s} n_{.j} !\} / \{\prod_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{s} n_{ij} !\}$;

où l'on note $n_{i.} = \sum_{j=1}^{s} n_{ij}$ et $n_{.j} = \sum_{i=1}^{r} n_{ij}$.

(iii) La notion de **tirage exhaustif** peut se généraliser. En effet, la **probabilité** d'obtenir une répartition N tq les marges $e_r' N$ et $N e_s$ soient données (et resp égales à $(a^*)'$ et b^*) est :

(3) $p_{ab}^{**} (N.. , r, s, a, b) = (N..)^{-1} \{\prod_{i=1}^{r} n_{i.} !\} \{\prod_{j=1}^{s} n_{.j} !\} / \{\prod_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{s} n_{ij} !\}$.