

## PLAN À DEUX DIMENSIONS (L3)

(12 / 04 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Un **plan à deux dimensions** est un **plan d'expérience** dans lequel les **unités expérimentales** sont disposées en lignes et en colonnes : les  $N$  unités figurent donc dans une **disposition** à  $L$  lignes et  $C$  colonnes, avec  $L \times C = N$ , afin d'éliminer leur éventuelle **hétérogénéité** dans deux directions.

Ainsi, un **plan en carré latin** est un plan à deux dimensions.

(ii) Un plan à deux dimensions peut être « emboîté » dans un plan plus général, composé de  $B$  **blocs**  $b$ , les  $N_b$  unités du bloc  $b$  étant disposées selon deux dimensions,  $L_b$  lignes et  $C_b$  colonnes, avec  $N_b = L_b C_b$  et  $N = \sum_{b=1}^B N_b$ .

Un tel plan est parfois dit **plan à deux dimensions emboîté (pdde)** car chaque bloc constitue une disposition bidimensionnelle. L'ensemble des blocs du plan peut jouer le rôle d'un **facteur** supplémentaire ou celui d'un ensemble de **répétitions** du plan à deux dimensions élémentaire précédent (dans lequel  $L_b = L_0$  et  $C_b = C_0$ ,  $\forall b \in N_B^*$ ). Un **plan latticiel** est un exemple de ce type.

(iii) On considère un pdde comportant  $T$  **traitements** alloués dans  $B$  blocs, chaque bloc contenant  $L \times C$  unités disposées en  $L$  lignes et  $C$  colonnes. Un tel plan est appelé **plan également répété** ssi le nombre de répétitions de chaque traitement est un nombre entier  $R = (B L C) / T$ . Certains traitements peuvent donc apparaître dans certains blocs et pas dans d'autres.

Le **plan latticiel carré de F. YATES**, avec  $C = L$ ,  $T = L \cdot C = L^2$  et  $B = (L + 1) / 2$  si  $L$  est impair,  $B = L + 1$  sinon, est un exemple de pdde.

(iv) On associe à un pdde un **modèle d'analyse de la variance** tq :

$$(1) \quad y = \alpha e_N + X_t \beta^t + X_b \beta^b + X_l \beta^l + X_c \beta^c + u,$$

avec eg  $E u = 0$  et  $V u = \sigma^2 I_N$ , dans lequel  $N = B \times L \times C$  est le nombre d'**unités expérimentales**,  $X_t$  (resp  $X_b$ , etc) est la **matrice** dont les éléments sont à valeurs dans  $\{0, 1\}$  et déterminent l'affectation des traitements  $t$  (resp l'appartenance aux blocs  $b$ , etc).

On dit que ce plan est un **plan équilibré** ssi :

$$(2) \quad V \{(\beta_\tau^t)^\wedge - (\beta_\theta^t)^\wedge\} = \text{constante}, \quad \forall (t, c) \in T^2_{\neq}, \quad \forall (\tau, \theta) \in T^2,$$

où  $(\beta_\tau^t)^\wedge$  désigne l'**estimateur des mco** de  $\beta_\tau^t$  dans (1).