

PLAN COMPLÈTEMENT RANDOMISÉ (B3, L2, L3)

(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Un **plan complètement randomisé** est un **plan d'expérience** à un **facteur expérimental** F donnant lieu à une mise en oeuvre simple du **principe de randomisation**, l'ensemble des **unités expérimentales** n'étant pas muni d'une **structure** particulière.

(i) Soit A le **dispositif expérimental** ($\text{Card } A = N$) et $\mathcal{T} = N_I^*$ l'ensemble des niveaux du facteur F (**traitement** effectif). Une **règle d'affectation** $e \in \mathcal{A}(A, \mathcal{T})$ consiste à appliquer le traitement $i \in \mathcal{T}$ à N_i unités, avec $\sum_{i \in \mathcal{T}} N_i = N$.

La « **randomisation** » de $\mathcal{A}(A, \mathcal{T})$ consiste (**schéma probabiliste** de type multinomial) (cf **loi multinômiale**) :

(a) à tirer au hasard (uniforme) une **permutation** σ sur l'**ensemble** fini A (ou sur N_N^*), soit $\sigma(A)$;

(b) à affecter un traitement $i \in \mathcal{T}$ aux unités de $\sigma(A)$ dont le rang est compris entre $N_1 + \dots + N_{i-1} + 1$ et $N_1 + \dots + N_i$, et ceci $\forall i \in \mathcal{T}$.

Par suite, la **probabilité** de la règle (notée e) est :

$$(1) \quad Q(e) = \{N! / \prod_{i \in \mathcal{T}} N_i!\}^{-1}.$$

(ii) On peut associer au plan précédent un **modèle d'analyse de la variance**. Ainsi, dans le cas d'un **plan équilibré** ($N_i = N_0$, $\forall i \in \mathcal{T}$), chaque traitement i est affecté à N_0 unités distinctes (les « **répétitions** » du traitement i), la **variable d'intérêt** $\eta : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ est observée selon $y_{i,n(0)}$ (**mesure** du résultat du traitement i sur l'unité courante $n_0 = 1, \dots, N_0$) et l'on peut écrire le modèle :

$$(2) \quad y_{i,n(0)} = \beta_0 + \beta_i^1 + u_{i,n(0)}, \quad \forall n_0 \in \{1, \dots, N_0\}, \quad \forall i \in I.$$

Celui-ci comporte $\text{Card } \mathcal{T} + 1$ **paramètres** b et seulement $\text{Card } \mathcal{T}$ traitements. Son **identification** implique donc une **contrainte** supplémentaire sur les paramètres β_i^1 , eg $\sum_{i \in \mathcal{T}} \beta_i^1 = 0$ (**contraste nul**) (cf **contrainte sur les paramètres**).