

## PLAN EN TOURNOI (A14, J3, L6)

(16 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

L'expression imagée de **plan en tournoi** désigne, de façon générale, l'organisation des **relations de jeu**, ou « **rencontres** », entre des « joueurs » (individus ou équipes). Chaque joueur fait un certains nombre de « parties » avec chacun des autres.

(i) Si  $J$  désigne l'ensemble des joueurs, et si les joueurs  $i \in J$  et  $j \in J \setminus \{i\}$  jouent à l'époque  $t$ , on observe un « résultat »  $y_{ij}(t)$  (**score**, nombre de points, etc). Le résultat observé correspond à la réalisation d'une **variable aléatoire**  $\eta$  qui peut se modéliser de façons diverses, eg selon un **modèle d'analyse de la variance** à effets aléatoires (modèle de type II), avec **interactions** possibles :

$$(1) \quad y_{ij}(t) = y_0 + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + u_{ij}(t),$$

où  $t = 1, \dots, T_{ij}$  et où  $T_{ij}$  désigne le nombre de rencontres entre  $i$  et  $j$  (avec  $j \neq i$ ).

(ii) Les hypothèses usuelles sont les suivantes :

$$\alpha_i \sim \mathcal{N}_1(0, \sigma_\alpha^2), \quad \beta_j \sim \mathcal{N}_1(0, \sigma_\beta^2), \quad \gamma_{ij} \sim \mathcal{N}_1(0, \sigma_\gamma^2),$$

$$u_{ij}(t) \sim \mathcal{N}_1(0, \sigma_\varepsilon^2),$$

$$(2) \quad C(\alpha_i, \beta_j) = \rho \cdot \sigma_\alpha \cdot \sigma_\beta, \quad C(\gamma_{ij}, \gamma_{ji}) = \rho_\gamma \cdot \sigma_\gamma^2,$$

$$C(u_{ij}(t), u_{ij}(t)) = \rho_\varepsilon \cdot \sigma_\varepsilon^2,$$

les **va**  $\alpha_i$ ,  $\beta_j$ ,  $\gamma_{ij}$  et  $u_{ij}(t)$  étant indépendantes entre elles.

(iii) Souvent, le plan est équilibré, ie  $T_{ij} = T_0$ ,  $\forall (i, j) \in J^2$  (même nombre de rencontres, absence d'éliminations, ou exclusions, intermédiaires). Lorsque  $\text{Card } J = n \in 2\mathbf{N}$  (nombre pair de joueurs), le **tournoi** considéré peut consister en  $n/2$  parties répétées au cours de  $r \in \mathbf{N}^*$  rencontres.

(iv) L'objet d'un plan en tournoi tq le précédent est de répartir de façon optimale les joueurs par groupes de deux joueurs. Le plan doit alors tenir compte de la valeur des joueurs, de l'« équilibre » des rencontres ou de leur espacement dans le **temps**, notamment afin d'éviter eg des **phénomènes** de « fatigue » ou de « saturation »).