

PLAN EN UNITÉS DIVISÉES (L2, L3, L6)

(05 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **plan en unités divisées** est un **plan en blocs incomplets** à deux facteurs, dans lequel l'un des facteurs est appliqué à des subdivisions d'**unités expérimentales** données.

Après subdivision de ces **unités principales**, on applique certains des traitements aux unités elles-mêmes, et les autres traitements à des subdivisions de ces unités, subdivisions appelées **unités secondaires**.

(i) Un **plan d'expérience** $\{A, \Pi_A, S, y, \mathcal{F}, I, \mathcal{T}_e, e\}$ est appelé **plan en unités divisées** ssi :

(a) il comporte deux facteurs, ie $\mathcal{F} = \{F, G\}$, le **facteur** F possédant les niveaux $i \in N_i^*$ et le facteur G les niveaux $j \in N_j^*$;

(b) l'ensemble $\Pi_A = \mathcal{B}$ des **blocs** est tq les unités sont réparties dans B blocs A_b de taille I (nombre des niveaux de F). Autrement dit, $\text{Card } \mathcal{B} = B$ et $\text{Card } A = N = B \times I$ (nombre d'unités principales) ;

(c) on affecte à chaque unité $a_n \in A_b$ (b-ième bloc) un niveau de F et un seul, comme dans un **plan en blocs complets randomisés** ;

(d) chaque unité $a_n \in A$ est divisée en J (nombre des niveaux de G) unités secondaires et l'on affecte à chacune de ces dernières un niveau de G et un seul (affectation sur une **permutation** des J unités secondaires choisies au **hasard**).

Par suite, la **randomisation** précédente donne à tout **schéma d'association** $e \in \mathcal{A}$ (A, \mathcal{T}_e) la **probabilité** :

$$(1) \quad Q(e) = \{I! (J!)\}^{-B}.$$

(ii) Un **modèle mixte d'analyse de la variance** usuellement associé à ce plan est de la forme :

$$(2) \quad y_{ijb} = \beta^0 + \beta_i^1 + \beta_j^2 + \beta_b^3 + \beta_{ij}^{12} + \beta_{ib}^{13} + u_{ijb}, \quad \forall (i, j, b) \in N_i^* \times N_j^* \times N_B^*,$$

où les **paramètres** β_i^1 , β_j^2 et β_{ij}^{12} sont supposés certains (effets fixes) et le paramètre β_{ib}^{13} aléatoire (effet des blocs).

L'**estimation** et les **tests** relatifs au modèle (2) sont classiques (cf **modèle d'analyse de la variance, modèle mixte**). On doit introduire des **conditions d'identification** (contraintes portant sur les paramètres certains), eg :

$$\sum_{i=1}^I \beta_i^1 = \sum_{j=1}^J \beta_j^2 = \sum_{b=1}^B \beta_b^3 = 0,$$

(3)

$$\sum_{i=1}^I \beta_{ij}^{12} = \sum_{j=1}^J \beta_{ij}^{12} = 0, \quad \forall (i, j) \in N_i^* \times N_j^*.$$

(iii) Un tel plan permet d'introduire un facteur supplémentaire (ie G) en cours d'expérimentation et d'estimer précisément les effets principaux de G sur les unités secondaires et leurs **interactions** avec F. Il s'agit donc d'un exemple de **plan hiérarchisé**.