

POLYNÔMES DE BERNSTEIN (A10)

(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Les **polynômes de BERNSTEIN** sont notamment utilisés pour l'**approximation** des fonctions continues (cf **application continue**) : eg **densité de probabilité**, **fonction de répartition**.

(i) Soit $R_1 = [0, 1]$ et $f : R_1 \mapsto \mathbf{R}$ une **fonction numérique**.

On appelle n -ième **polynôme de S.N. BERNSTEIN** associé à f la fonction polynômiale $B_n : R_1 \mapsto \mathbf{R}$ définie par :

$$(1) \quad B_n(x) = \sum_{i=0}^n C_n^i x^i (1-x)^{n-i} \cdot f(i/n), \quad \forall x \in R_1.$$

(ii) On montre que :

$$(a) \quad f \geq 0 \Rightarrow B_n \geq 0, \quad \forall n \in \mathbf{N}^* ;$$

$$(b) \quad \text{si } f = c \cdot \mathbf{1}(R_1) \text{ (fonction constante sur } R_1), \text{ alors } B_n = f, \quad \forall n \in \mathbf{N}^* ;$$

(c) si f est continue, la suite $(B_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ converge uniformément vers f dans R_1 , ie :

$$(2) \quad B_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} f \quad (\text{cf } \textbf{convergence uniforme}).$$