PRÉVISIBLE (ÉVÉNEMENT, PROCESSUS, TEMPS D'ARRÊT) (N6)
(05 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit X = {(Ω, $\mathcal{T}$, P), ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$), $(X_t)_{t \in T}$} un **processus stochastique** tq (T, $\leq$) est un **ensemble** ordonné (cf **relation d'ordre**). On note $\mathcal{T}_t$ la sous-**tribu** de $\mathcal{T}$ engendrée par la **famille** $(X_s)_{s \leq t}$ (cf **filtration**) et $\mathcal{T}_X$ la **tribu de parties** de Ω x T engendrée par les « pavés » I = H x]s, t], avec H $\in \mathcal{T}_t$ (cf **tribu engendrée**).

On dit que :

(a) l'**événement** A est un **événement prévisible** ssi A $\in \mathcal{T}_X$;

(b) X est un **processus prévisible** ssi il est $\mathcal{T}_X$-mesurable (dans Ω x T). Un processus prévisible est un **processus adapté** à la filtration $(\mathcal{T}_t)_{t \in T}$ ainsi qu'à la famille $(\mathcal{T}_t^<)_{t \in T}$ des tribus $\mathcal{T}_t^<$ constituées des **événements antérieurs** à t (ie des événements $A_s \in \mathcal{T}_t$ tq s $\leq$ t) ;

(c) $\tau : \Omega \mapsto T$ est un **temps d'arrêt prévisible** ssi τ est un **temps d'arrêt** tq :

$(c)_1$ il existe une suite de temps d'arrêt $(\tau_n)_{n \in \mathbf{N}}$ vérifiant $\tau_n < \tau$ (P-p.s.) ;

$(c)_2$ $\lim_n \uparrow \tau_n = \tau$ (P-p.s.).