PRÉVISION DES MOINDRES CARRÉS GÉNÉRALISÉS (H3, J1)
(16 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) On considère un **modèle de régression multiple** linéaire, qui s'écrit, dans l'**espace des variables** (ξ, η), sous la forme :

(1) $\eta = \xi ' b + \varepsilon$, avec $E\ \varepsilon = 0$.

Ce modèle est « observé » dans l'**espace des observations** selon :

(2) $y = X b + u$, avec $E\ u = 0$, $V\ u = \Sigma = \sigma^2\ \Omega$,

où Ω est une **matrice définie positive**.

Etant donné une valeur $\xi_0 \in \mathbf{R}^K$ de la **variable exogène** (vectorielle) ξ, on pose :

(3) $\eta_0 = \xi_0' b + \varepsilon_0$, avec $E\ \varepsilon_0 = 0$.

(ii) Pour prévoir (en moyenne) la **va** (**inobservable**) η_0 , on montre que le meilleur **prédicteur des moindres carrés généralisés** (mcg) (conditionnel, ie sachant ξ_0) de $E\ \eta_0 = \xi_0' b$ est le **prédicteur de AITKEN-GAUSS-MARKOV** :

(4) $\eta_0^{\wedge\wedge} = \xi_0' b^{\wedge\wedge} + h' \Omega^{-1} u^{\wedge\wedge}$,

où $b^{\wedge\wedge}$ est l'**estimateur des mcg** de b, $u^{\wedge\wedge} = y - X b^{\wedge\wedge}$ le **résidu** (vectoriel) associé à $b^{\wedge\wedge}$ et $h = E\ \varepsilon_0\ u$.

La formule (4) ne permet la prévision de $E\ \eta_0$ que si la **matrice de dispersion** Σ (ou Ω) et le vecteur h sont connus (ou estimés).

(iii) Dans le cas d'un processus réel scalaire autocorrélé (au premier ordre) $u = (u_t)_{t=1,\ldots,T}$ (cf **autocorrélation**), ie si :

(5) $u_t = \rho\ u_{t-1} + v_t$,

où $v = (v_t)_{t=1,\ldots,T}$ est un **bruit blanc**, la relation (4) conduit au prédicteur de y_{T+1} (ou de E_{T+1}) suivant :

(6) $y_{T+1}^0 = X_{T+1}^0\ b^{\wedge\wedge} + u_{T+1}^{\wedge\wedge}$,

dans lequel (b, ρ) est supposé estimé selon ($b^{\wedge\wedge}$, $\rho^{\wedge\wedge}$) et $u_{T+1}^{\wedge\wedge} = \rho^{\wedge\wedge}\ u_T^{\wedge\wedge}$. Le prédicteur des mcg généralise ainsi celui des mco (cf **prévision des moindres carrés ordinaires**) en intégrant une **information** contenue dans la structure de Σ (ie dans le comportement de u).