

PRINCIPE DE NEYMAN (I)

(10 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **principe de NEYMAN** est un **principe statistique** adopté pour résoudre de nombreux problèmes de **test**.

(i) On considère un **problème de test** (statique) dans lequel δ représente un **test pur** dont la **région critique** (au seuil α retenu) est $w \in \mathcal{B}$, le **risque** est R et le **préordre** associé à R est noté $\geq$ (ou $\succ$) :

$$\alpha_{\theta}(w_1) \leq \alpha_{\theta}(w_2) \text{ sur } \Theta_0,$$

$$(1) \quad w_1 \geq w_2 \text{ (ou } \delta_1 \geq \delta_2) \Leftrightarrow \quad \text{et}$$

$$\beta_{\theta}(w_1) \leq \beta_{\theta}(w_2) \text{ sur } \Theta_1.$$

Le **principe de J. NEYMAN** a pour but de définir un élément optimal dans la classe Δ des tests purs. Il se décompose en deux phases :

(a) on rend le problème dissymétrique en adoptant l'**hypothèse** $H_0 : \theta \in \Theta_0$ pour **hypothèse de base**, ou **hypothèse privilégiée**, et en se limitant aux tests δ tq, $\alpha \in]0, 1[$ étant donné, on ait :

$$(2) \quad \alpha_{\theta}(w) = P_{\theta}^X(w) = P_{\theta}^X(\delta^{-1}(d_1)) \leq \alpha, \quad \forall \theta \in \Theta_0.$$

On se limite donc aux tests δ de niveau α_0 inférieur ou égal à α , ie tq $\alpha_0 = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_{\theta}^X(w) = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha_{\theta}(w) \leq \alpha$ (où Θ_0 désigne Θ_0) ;

(b) on modifie le préordre (1) ci-dessus selon un préordre $\geq_N$ (ou $\succ_N$) tq :

$$(3) \quad w_1 \geq_N w_2 \text{ (ou } \delta_1 \geq_N \delta_2) \Leftrightarrow R(\delta_1, \theta) \leq R(\delta_2, \theta), \quad \forall \theta \in \Theta_1,$$

ie, de façon explicite :

$$(4) \quad w_1 \geq_N w_2 \text{ (ou } \delta_1 \geq_N \delta_2) \Leftrightarrow \beta_{\theta}(w_1) \leq \beta_{\theta}(w_2), \quad \forall \theta \in \Theta_1.$$

Un test vérifiant $\{(2),(3)\}$ (ou $\{(2),(4)\}$) est souvent appelé **test de J. NEYMAN**.

(ii) Le principe précédent s'étend au cas d'un **test mixte** φ . Le **principe de NEYMAN** consiste alors :

(a) à fixer $\alpha \in]0, 1[$ (avec $\alpha \ll +\infty$) et à se limiter aux tests φ de niveau inférieur ou égal à α :

$$(5) \quad \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha_{\theta}(\varphi) \leq \alpha;$$

(b) puis à utiliser le préordre suivant :

$$(6) \quad \varphi_1 \geq_N \varphi_2 \Leftrightarrow \beta_{\theta}(\varphi_1) \leq \beta_{\theta}(\varphi_2), \quad \forall \theta \in \Theta_1.$$

(iii) Le principe de NEYMAN est « compatible » avec d'autres principes : notamment le **principe bayésien** et le **principe d'invariance**.