PROBLÈME DES RENCONTRES (B2, B3, B5)
(07 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Etant donné un **ensemble** fini $\Omega = \{\omega_1 ,..., \omega_M\}$ constitué de M éléments distincts, on tire au **hasard** (uniforme) un élément $\omega_{m(1)}$ parmi les M, puis un autre $\omega_{m(2)}$ parmi les M - 2 restants, etc.

On dit qu'il y a **rencontre**, ou **appariement**, ou **accouplement**, ou encore **couplage**, ssi l'**événement** :

(1) $A_\alpha = \{$l'élément ω_α est obtenu au tirage n° $\alpha\}$

se trouve réalisé.

On appelle **problème des rencontres** (de P. RÉMOND de MONTMORT) l'étude d'un **problème d'appariement**, ou **problème d'accouplement**, ou encore **problème de couplage**, lié au contexte précédent.

(ii) Si les M ! permutations $\sigma (\Omega) = \{\omega_{\sigma(1)} ,..., \omega_{\sigma(M)}\}$, dans lesquelles $\sigma \in \boldsymbol{\sigma}_M$ (**groupe** des **permutations** de N_M*), sont équiprobables, ie si :

(2) $P (\sigma (\Omega)) = (M !)^{-1}, \qquad \forall \sigma \in \boldsymbol{\sigma}_M$,

alors un tirage (sans remise) d'évènements tq A_α définis en (1) conduit à la propriété (cf **tirage exhaustif**) :

(3) $P (A_{m(1)} \cap ... \cap A_{m(r)}) = (A_M{}^r)^{-1}, \qquad \forall (m_1 ,..., m_r) \in (N_M{}^*)^r, \forall r \in N_M{}^*$,

(en notant m(α) pour désigner m_α), où $A_M{}^r$ désigne le nombre d'**arrangements** de r objets parmi M.

On montre que la **loi** de la **va** R égale au nombre de rencontres réalisées au cours de l'épreuve définie précédemment vérifie :

(4) $E R = V R = 1$.