

PROCESSUS ADAPTÉ (N1)

(20 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $X = \{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ un **processus stochastique** dans lequel (T, \leq) est un ensemble totalement ordonné (cf **relation d'ordre**) et $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ est une **filtration** sur \mathcal{F} (ie une **famille** croissante, pour l'inclusion, de sous-tribus \mathcal{F}_t de \mathcal{F} : $s \leq t \Rightarrow \mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t$).

On dit que X est un **processus adapté** à \mathcal{F} , ou que \mathcal{F} est une **filtration adaptée** à X , ssi la **va** X_t (donc les **va** X_s , $\forall s \leq t$) est \mathcal{F}_t -mesurable, $\forall t \in T$.

Autrement dit, X est adapté à \mathcal{F} ssi, $\forall t \in T$, l'application $\omega \mapsto X(\omega)$ de Ω dans \mathcal{X} est $(\mathcal{F}_t, \mathcal{B})$ -mesurable, ie est une **va** définie sur l'**espace probabilisable** (Ω, \mathcal{F}_t) et à valeurs dans l'**espace d'état** $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$.

(ii) Un procédé de construction de processus adapté consiste à définir la filtration \mathcal{F} en sorte que chaque sous-tribu \mathcal{F}_t soit engendrée par les variables X_s , $\forall s \leq t$, ce qui se note $\mathcal{F}_t = \sigma \{X_s : s \leq t\}$ (cf **tribu engendrée**). X est alors adapté à \mathcal{F} .