PROCESSUS CUMULATIF (E, N2)
(23 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit X = {(Ω, $\mathcal{T}$, P), ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$), $(X_t)_{t \in T}$} un **processus** tq :

(a) $\mathcal{X}$ est un **groupe** additif (eg un **espace vectoriel**, généralement réel, tq $\mathcal{X}$ = $\mathbf{R}^K$) ;

(b) X est en **temps** discret (eg T = **N**).

On appelle **processus cumulatif**, ou **processus additif**, associé à X le processus S = $(S_N)_{N \in \mathbf{N}}$ obtenu à partir de X par **sommations successives**, ie tq :

(1) $S_N = \Sigma_{n=0}^N X_n$, $\forall$ N $\in$ **N**.

(ii) L'étude des **suites** de va, le **théorème de la limite centrale** ou la **loi des grands nombres** utilisent souvent des suites cumulées de va.

Dans les applications (eg en **contrôle de réception** ou contrôle de qualité), la notion correspond notamment à celle de **somme cumulée** (en anglais : « cusum » ou cumulated sum) ou de **promenade aléatoire**.

(iii) Si X n'est pas en temps discret (eg s'il est en temps continu, avec eg T = $\mathbf{R}_+$), on peut étendre la définition de processus cumulatif avec le processus S = $(S_N)_{N \in \mathbf{R}+}$ obtenu à partir de X selon :

$(1)_a$ $S_N = \int_0^N X_t \, dt$,

ou encore selon :

$(1)_b$ $S_N = \int_0^N X_t \, d\nu\,(t)$

si (T, ν) est un **espace mesuré**, $\forall$ N $\in$ $\mathbf{R}_+$ (cf **intégrale stochastique**).