PROCESSUS CYCLIQUE (N2)

(23 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) On appelle souvent **processus cyclique** (cf **processus harmonique**) un processus $X = \{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ tq :

(a) $\mathcal{X} = \mathbf{R}$ (processus réel scalaire) ;

(b) $T \subset \mathbf{R}$ (processus en **temps** continu) ;

(c) X peut s'exprimer, dans l'**espace des états**, sous la forme :

$$(1) \quad X_t = \sum_{j=1}^p a_j \cos(\omega_j t + \varphi_j), \quad \forall t \in T,$$

avec $p \in \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{N} \cup \{+\infty\}$, $\omega_j \in [0, \pi]$, $\forall j \in \mathbf{N}_p^*$, et $\omega_j \leq \omega_{j+1}$, $\forall j \in \mathbf{N}_{p-1}^*$;

(d) les variables X_t ($t \in T$) sont de carré intégrable, avec :

$$(2) \quad \forall X_t = (1/2) \sum_{j=1}^p a_j^2 < +\infty ;$$

(e) la **suite** $\varphi = (\varphi_j)_{j=1, \dots, p}$ définissant X_t dans (1) est constituée de **va** $\varphi_j : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ uniformément iid, ie toutes les va φ_j suivent la **loi uniforme** $\mathcal{U}(-\pi, +\pi)$ (cf **suite iid**).

La **fonction d'autocovariance** $\theta \mapsto \gamma_\theta$ de X s'écrit :

$$(3) \quad \gamma_\theta = (1/2) \sum_{j=1}^p a_j^2 \cos(\omega_j \theta), \quad \forall \theta \in T.$$

(ii) Par ailleurs, on appelle parfois **processus cyclique** un **processus circulaire**.