PROCESSUS LINÉAIRE (N2)
(20 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit X = $(X_t)_{t \in T}$ un **processus stochastique** scalaire réel (ie à valeurs dans $\mathscr{X}$ = **R**) et en **temps** continu (avec T = **R**). On suppose que X est un **processus stationnaire en covariance**.

On dit que X est un **processus linéaire** ssi il existe une **suite** réelle a = $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ tq a_0 = 1 et un **processus purement aléatoire** (ie iid) u = $(u_t)_{t \in T}$ tq (cf aussi **processus de moyenne mobile**, **théorème de WOLD**) :

(1)
$$\Sigma_{n \in \mathbf{N}} a_n^2 < +\infty \qquad \text{(série convergente),}$$
$$X_t - \mu = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} a_n u_{t-n} , \qquad \forall t \in T.$$

(ii) On montre que tout processus linéaire X est ergodique (cf **ergodicité**). Par suite, si x est une **série temporelle** générée par X, sa **fonction d'autocovariance** empirique converge en moyenne quadratique (donc en probabilité) vers la fonction d'autocovariance théorique du processus X (cf **convergence en mq**, **convergence en probabilité**).