**PROCESSUS PHI-MÉLANGEANT (D, E, N2)**
(07 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **mélange** (interne à un processus) permet de définir certaines formes de **dépendance stochastique** entre **va**, et permet notamment d'étudier des **processus non iid** (cf **dépendance**).

(i) Soit X = $\{(\Omega, \mathcal{T}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ un **processus** réel scalaire (ie tq $\mathcal{X}$ = **R**) et en **temps** discret (ie **T** = **Z**). On note :

(a) $\mathcal{T}_{pq} = \sigma(X_p, ..., X_q)$ la **tribu engendrée** par la **suite** $\{X_p, ..., X_q\}$, avec $p \leq q$ ;

(b) $\mathcal{T}^-_p$ celle engendrée par la suite $\{X_t : t \leq p\}$ (**tribu des évènements antérieurs** à l'instant p ou contemporains de celui-ci) ;

(c) et $\mathcal{T}^+_q$ celle engendrée par la suite $\{X_t : t \geq q\}$ (**tribu des évènements postérieurs** à l'instant q ou contemporains de celui-ci).

On suppose que X est un **processus strictement stationnaire** et l'on considère une fonction $\varphi : \mathbf{N}^* \mapsto \mathbf{R}_+$ tq $\lim_n \varphi(n) = 0+$.

On dit alors que X est un **processus phi-mélangeant**, ou un **processus φ-mélangeant**, ssi, $\forall$ n $\in$ **N*** et $\forall$ p $\in$ **Z**, il vérifie :

(1) $A \in \mathcal{T}^-_p$ et $B \in \mathcal{T}^+_{p+n} \quad \Rightarrow \quad |P(A \cap B) - P(A) . P(B)| \leq \varphi(n) . P(A)$.

(ii) En particulier, si $\varphi = 0$ (fonction nulle), un **processus zéro-mélangeant** est un **processus indépendant** (ie un **processus à va indépendantes**) (cf **processus purement aléatoire**).

(iii) Dans (1), il n'y a pas de **symétrie** de rôle entre les **événements** A et B, ie on ne peut « intervertir » le « passé » et le « futur ».

Si P (A) > 0, la définition (1) équivaut à la suivante (cf **théorème des probabilités composées**) :

(2) $|P(B / A) - P(B)| < \varphi(n)$.

(iv) On peut toujours se ramener au cas où φ vérifie :

(3) $1 \geq \varphi(1) \geq ... > \varphi(n) \geq ...$,

ie où $\varphi(n) \in [0, 1]$, $\forall n \in N_N^*$.

(v) Les notions précédentes s'étendent au cas d'un **espace des états** $(\mathscr{X}, \mathscr{B})$ quelconque.