

PROCESSUS PROGRESSIVEMENT MESURABLE (N1)

(07 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $X = \{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ un **processus stochastique** en **temps** continu ($T \subset \bar{\mathbf{R}}$), $\mathcal{B}_T$ une **tribu de parties** de T , $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ une **filtration** sur $\mathcal{F}$ (ie une famille croissante, pour l'inclusion, de sous-tribus de $\mathcal{F}$: $s < t \Rightarrow \mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t$), $T_t = T \cap [-\infty, t]$ et $\mathcal{B}(T_t)$ la tribu **trace** de $\mathcal{B}_T$ sur T_t .

On dit que X est un **processus progressivement mesurable** (relativement à $\mathcal{F}$) ssi, $\forall t \in T$, l'application :

$$(1) \quad (\tau, \omega) \mapsto X_\tau(\omega) = X(\tau, \omega),$$

définie sur $T_t \times \Omega$ et à valeurs dans $\mathcal{X}$, est $(\mathcal{B}(T_t) \otimes \mathcal{F}_t)$ -mesurable.

(ii) Par suite, X est :

a) un **processus adapté** à $\mathcal{F}$;

(b) un **processus mesurable**.

(iii) La définition précédente s'étend au cas où $(T, \leq)$ est un ensemble totalement ordonné (cf **relation d'ordre**).