

PROCESSUS QUALITATIF (N)

(20 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Un **processus qualitatif univarié** est un **processus stochastique** « scalaire » :

$$(1) \quad K = \{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{K}, \mathcal{D}), (\kappa_t)_{t \in T}\} \quad \text{ou} \quad K = (\kappa_t)_{t \in T},$$

dans lequel la famille $(\kappa_t)_{t \in T}$ est composée de **variables qualitatives** (simples) à valeurs dans un espace (commun et fini) $(\mathcal{K}, \mathcal{D})$ de modalités, avec $\mathcal{K} = \{k_1, \dots, k_M\}$ et (en général) $\mathcal{D} = \mathcal{P}(\mathcal{K})$.

(ii) La loi de probabilité de K permet de déduire la **loi qualitative** (marginale, ou projetée) de chaque variable κ_t .

Selon le type (nominal ou ordinal) des variables qualitatives κ_t qui composent K , chacune des lois individuelles (ou lois marginales, ou encore lois propres) $\mathcal{L}(\kappa_t)$ peut aussi posséder des **caractéristiques légales** (mode, quantile, etc).

(iii) La définition s'étend à un **processus qualitatif multivarié** K , dans lequel H va qualitatives $\kappa_h(t)$ ($h = 1, \dots, H$) évoluent en fonction de $t \in T$, la famille $\kappa = \{(\kappa_h(t))_{h=1, \dots, H}\}_{t \in T}$ étant composée de **variables qualitatives** (simples) $\kappa_h(t)$, chacune à valeurs dans un espace propre de modalités $(\mathcal{K}_h, \mathcal{D}_h)$, avec (en général) $\mathcal{K}_h = \{k_{h,1}, \dots, k_{h,M(h)}\} \forall h \in N_H^*$, $\mathcal{K} = \prod_{h=1}^H \mathcal{K}_h$ et $\mathcal{D} = \otimes_{h=1}^H \mathcal{P}(\mathcal{K}_h)$.

(iv) La loi de probabilité (jointe) de K permet de déduire la loi qualitative (marginale, ou projetée) de chaque suite $(\kappa_h(t))_{h=1, \dots, H}$ à l'instant t .

Selon le type (nominal ou ordinal) des variables qualitatives $\kappa_h(t)$ qui composent K , chacune des lois individuelles (ou lois marginales, ou encore lois propres) $\mathcal{L}(\kappa_h(t))$ peut aussi posséder des caractéristiques légales (mode, quantile, etc).

(v) En pratique, l'ensemble T peut représenter le **temps**(**processus qualitatif temporel**) mais aussi l'espace \mathbf{R}^3 usuel (**processus qualitatif spatial**).

(iv) A titre d'exemples :

(a) la couleur (moyenne) du ciel, vu depuis un point fixe de la terre, et compris dans un cône d'angle au sol donné, est un processus qualitatif (simple ou scalaire), où T est un intervalle $[0, T]$ de \mathbf{R} (eg relevé en continu par caméra) ;

(b) les états successifs d'un papillon (« larve », « chrysalide » ou « nymphe », « imago ») est un processus qualitatif simple, avec $T = \{d_l(n), d_c(n), d_i(n)\}_{n \in \mathbf{N}}$ (suite des 3 durées d'états successifs, qui peuvent varier en fonction du lieu, de la saison, du climat, etc) ;

(c) la suite des résultats $(R_t, D_t)_{t \in T}$ des élections présidentielles quinquennales aux U.S.A. est encore du même type, avec $(R_t, D_t) = (\text{« Républicains »}, \text{« Démocrates »})$, avec $T =$ suite des années calendaires.