PROCESSUS SÉPARABLE (A4, N1)
(20 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit X = $\{(\Omega, \mathcal{T}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ un **processus stochastique** tq :

(a) l'**espace probabilisé** $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ est un **espace complet** ;

(b) T et $\mathcal{X}$ sont des **espaces métriques** ;

(c) T est un **espace séparable** (au sens d'une **topologie** $\mathcal{O}$ définie sur T).

On dit que X est un **processus séparable** ssi il existe :

(a) une partie dénombrable $S \subset T$ partout dense (cf **ensemble dénombrable**, **partie dense**) ;

(b) une **partie négligeable** $N \subset \Omega$ (ie P (N) = 0),

tq, $\forall$ U $\in \mathcal{O}(T)$ (famille des **ouverts** de T) et $\forall$ F $\in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ (famille des fermés de $\mathcal{X}$), les **ensembles** :

$$(1) \qquad \begin{aligned} A' &= \{\omega \in \Omega : X(\omega, t) \in F, \forall t \in U\}, \\ A'' &= \{\omega \in \Omega : X(\omega, t) \in F, \forall t \in U \cap S\}, \end{aligned}$$

ont une **différence symétrique** incluse dans N (donc négligeable) :

$$(2) \qquad A' \,\Delta\, A'' \subset N.$$

S est appelé **ensemble de séparabilité** de $\mathcal{X}$.