PROCESSUS STATIONNAIRE (N2)
(13 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **processus stochastique** est, en général, un **processus non stationnaire** (cf **classification des processus**). Ainsi, le processus élémentaire $X = (X_t)_{t \in T}$ défini selon :

(1) $X_t = \mu_t + u_t$,

où μ_t = E X_t dépend de $t \in T$ et où $u = (u_t)_{t \in T}$ est un « processus stationnaire » centré (E u_t = 0, $\forall t \in T$), possède une **« tendance » évolutive** $t \mapsto \mu_t$ et n'est donc pas stationnaire.

D'autres processus peuvent (aussi) posséder une « **variabilité** » **évolutive** : ainsi, la variance $t \mapsto \sigma_t^2$ peut ne pas être constante au cours du temps. Il en va de même avec des **caractéristiques légales** évolutives.

A titre d'exemple (écologie), le réchauffement climatique observé peut s'analyser :

(a) soit en termes d'une évolution tendancielle ;

(b) soit en termes d'une évolution de sa variabilité (pics de température plus amples) ;

(c) soit en termes d'une évolution plus complexe, eg combinant tendance et dispersion au cours du temps, les causes pouvant tenir à des facteurs différents.

(i) Hormi les processus « constants » ou les processus « déterministes » (suites ou fonctions mathématiques), la notion de **processus stationnaire** est la plus simple et la plus étudiée.

Cependant, il existe plusieurs notions de **stationnarité** pour un processus :

(a) depuis la conception la plus restrictive (stationnarité stricte) ;

(b) jusqu'aux acceptions plus larges, dans lesquelles seules certaines propriétés probabilistes du processus demeurent invariantes par translation effectuée sur l'**ensemble** T du **temps** (parfois improprement appelé ensemble des « paramètres » temporels) : stationnarité en covariance, stationnarité d'ordre p, etc.

Ainsi, on distingue notamment les classes de processus suivants :

(a) **processus strictement stationnaire** ;

(b) **processus stationnaire en covariance** et, plus généralement, **processus stationnaire d'ordre p**.

(ii) L'analyse statistique d'un processus ou d'une **série temporelle** cherche souvent à transformer le **problème statistique** considéré en un problème relatif à un processus stationnaire ou à une série stationnaire.

En effet, l'étude directe de ces derniers est plus simple, ou elle peut s'effectuer à l'aide de méthodes appropriées (cf **régression**, **modèle dynamique**, **analyse spectrale** ou **analyse cospectrale**, **analyse harmonique**).

Ceci peut être réalisé en transformant le processus initial X (cf **processus dérivé**) : eg par **moyenne mobile** ou par applications successives de l'opérateur de **différence finie** (différences d'ordre p) (cf aussi **transformation autorégressive**).

Dans d'autres cas, si le modèle est de la forme (cf **modèle de régression**) :

(2) $X_t = f(Z_t , b) + u_t , \qquad \forall t \in T, \forall b \in \mathbf{R}^Q,$

dans laquelle $f : \mathbf{R}^K \times \mathbf{R}^Q \mapsto \mathbf{R}$ est une fonction mesurable donnée (**fonction de régression**) et $Z = (Z_t)_{t \in T}$ un processus défini par les observations z_t d'un vecteur z composé de **variables exogènes** « vraies » ou de **variables prédéterminées**, on peut estimer b à l'aide d'un **estimateur** $b^\sim$ tq la famille des **résidus** :

(3) $u_t^\sim = X_t - f(Z_t , b^\sim), \qquad \forall t \in T,$

possède la propriété de stationnarité requise. On peut alors procéder à l'analyse (eg analyse spectrale) de $u^\sim = (u^\sim{}_t)_{t \in T}$.