PROCESSUS STATIONNAIRE D'ORDRE p (N2)
(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit X = {(Ω, $\mathcal{T}$, P), ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$), $(X_t)_{t \in T}$} un **processus stochastique**. On suppose que (T, +) est un **groupe** additif abélien et que p $\in$ **N*** est un entier donné.

(i) On dit que X est un **processus stationnaire d'ordre p** ssi la **loi** $\mathcal{L}$ $(X_{t(1)+h} ,..., X_{t(N)+h})$, image de P par la **va** $(X_{t(1)+h} ,..., X_{t(N)+h})$, ne dépend pas de h $\in$ T, $\forall$ $(t_1 ,..., t_N) \in T^N$ tq $(t_1 + h,..., t_N + h) \in T^N$ et $\forall$ N $\leq$ p (on note t(n) pour désigner t_n).

(ii) On suppose que $\mathcal{X}$ = **R**, et que $X_t \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}}^p$ (Ω, $\mathcal{T}$, P), $\forall$ t $\in$ T. Alors, si X est stationnaire d'ordre p, on établit que :

(a) E X_t = μ ne dépend pas de t $\in$ T ;

(b) le « **moment** » μ $(t_1 + h ,..., t_N + h)$ = E $X_{t(1)+h} \dots X_{t(N)+h}$ est indépendant de h $\in$ T, $\forall$ $(t_1 ,..., t_N)$ et $\forall$ N $\leq$ p.

(iii) Lorsque $\mathcal{X}$ = **R**, on dit encore que X est un **processus stationnaire d'ordre p** ssi, $\forall$ $(t_1 ,..., t_N) \in T^N$:

(a) $X_{t(1)}^{\alpha(1)} \dots X_{t(N)}^{\alpha(N)} \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}}^j$ (Ω, $\mathcal{T}$, P), $\forall$ $(\alpha_1 ,..., \alpha_N) \in \mathbf{N}^N$ tq $\Sigma_{n=1}^N \alpha_n = j$ et $\forall$ j $\in N_p$* ;

(b) E $(X_{t(1)}^{\alpha(1)} \dots X_{t(N)}^{\alpha(N)})$ ne dépend que des différences $t_{n+1} - t_n$ ($\forall$ n $\in N_{N-1}$*) (sous les mêmes conditions qu'en (a)).