

RANG (A3, C4, F6, J1)

(21 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) En algèbre linéaire, soit E et F deux **espaces vectoriels** sur un corps commutatif \mathbf{K} , $A \subset E$, $f \in \text{Hom}(E, F)$ et $M \in M_{mn}(\mathbf{K})$ la **matrice** représentative de f dans des bases données de E et F (supposés de dimensions finies $\text{Dim } E = n$ et $\text{Dim } F = m$).

On appelle :

(a) **rang** de A la dimension du sous-espace vectoriel V de E engendré par A , si cette dimension $\dim V$ est finie (ie si $\dim V < +\infty$). Ce nombre est noté $\text{rg } A$, ou $r(A)$, ou encore $\rho(A)$;

(b) **rang** de f la dimension du sous-espace vectoriel $f(E)$ de F , si cette dimension est finie (ie si $\dim(\text{Im } f) < +\infty$). Ce nombre est noté $\text{rg } f$, ou $r(f)$, ou encore $\rho(f)$. Si f est un **opérateur linéaire**, $\text{rg } f$ est appelé **rang** de l'opérateur f ;

(c) **rang** de M le rang de f . Ce nombre est noté $\text{rg } M$, ou $r(M)$, ou encore $\rho(M)$.

Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, le rang d'une partie A de E (resp d'un homomorphisme ou d'un opérateur f , resp d'une matrice M) est simplement noté $r \in \mathbf{N}$. La valeur $r = 0$ correspond au cas trivial où $A = \{0_E\}$ (resp $f(E) = \{0_F\}$, resp $M = 0$).

(ii) En **calcul des probabilités**, la notion de **rang** peut notamment se référer :

(a) au **rang d'une loi** (même sens que le précédent) ;

(b) au **rang d'apparition** d'un **événement** donné ;

(ii) En **Statistique**, la notion de rang renvoie aux précédentes, ainsi qu'aux suivantes :

(a) **rang de décalage** (d'une matrice) ;

(b) **statistique de rang** ;

(c) **rang moyen** et **rang multiple**.

On parle encore de :

(d) **rang d'un modèle de régression** multiple (linéaire) $y = Xb + u$ (écrit dans un **espace d'observation** (X, y)) pour désigner $\text{rg } X = \text{rg } X'X$ (rang au sens algébrique initial),

(e) de **condition de rang** dans les problèmes d'**identification** des modèles d'interdépendance (cf **modèle identifiable**, **conditions d'identification**).