RANG DE DÉCALAGE D'UNE MATRICE (A3)
(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $M \in M_n$ (**K**) une matrice carrée.

On appelle **rang de décalage**, ou **rang de déplacement**, à droite de M le plus petit entier α^+ (M) tq M admette la représentation :

$$(1) \qquad M = \Sigma_{i=1}^{\alpha+(M)} L_i U_i ,$$

où la matrice carrée L_i est une **matrice de TOEPLITZ** triangulaire inférieure et la matrice carrée U_i une matrice triangulaire supérieure (cf **matrice triangulaire**).

On appelle **rang de décalage**, ou **rang de déplacement**, à gauche de M le plus petit entier α^- (M) tq M admette la représentation :

$$(2) \qquad M = \Sigma_{i=1}^{\alpha-(M)} M_i V_i ,$$

où la matrice carrée M_i est une **matrice de TOEPLITZ** triangulaire inférieure et la matrice carrée V_i une matrice triangulaire supérieure.

(ii) On montre que :

$$(3) \qquad \begin{cases} \alpha^+(M) = \alpha^-(M^{-1}) & \text{(si } M \in R_n (\mathbf{K}) \text{ est une matrice régulière),} \\ \alpha^+(M) = rg\,(M - S M S'), & \end{cases}$$

et :

$$(4) \qquad \begin{cases} \alpha^-(M) = \alpha^+(M^{-1}) & \text{(si } M \in R_n (\mathbf{K}) \text{ est une matrice régulière),} \\ \alpha^-(M) = rg\,(M - S' M S), & \end{cases}$$

où $S = (s_{ij})_{(i,j)}$ est la matrice carrée tq :

$$(5) \qquad \begin{cases} s_{ij} = 0 & \text{si } j \geq i \text{ ou si } j < i-1, \\ s_{i,i-1} = 1 & \text{si } i \in \{2,..., n\}. \end{cases}$$