

RAPPORT DE LEXIS (G1, I1, I2)

(21 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **rapport de LEXIS** est une statistique permettant notamment d'étudier l'**homogénéité** d'un ensemble d'**échantillons** (ie des **populations** dont ils sont extraits) (cf **problème à plusieurs échantillons**).

(i) Soit $X^1 = (X_{11}, \dots, X_{1N(1)})$, ..., $X^k = (X_{k1}, \dots, X_{kN(k)})$ des **échantillons aléatoires**, où $N(i)$ désigne N_i ($\forall i \in N_k^*$). On suppose que, $\forall i \in N_k^*$, n_i coordonnées de X^i vérifient une propriété donnée. Les variables entières n_i ($i \in N_k^*$) sont donc aléatoires. On pose (cf **fréquence empirique**, **fréquence relative**) :

$$(1) \quad f_i = n_i / N_i, \quad \forall i \in N_k^*,$$

et l'on définit la **moyenne d'ensemble** (moyenne pondérée) :

$$(2) \quad \bar{f} = \sum_{i=1}^k N_i \cdot f_i / \sum_{i=1}^k N_i.$$

On appelle alors **rapport de W.H.R.A. LEXIS** la **statistique** réelle L^2 définie selon :

$$(3) \quad (k - 1) \cdot L^2 = \sum_{i=1}^k N_i \cdot (f_i - \bar{f})^2 / \{ \bar{f} \cdot (1 - \bar{f}) \}.$$

(ii) On dit que le sondage d'où proviennent les échantillons est :

(a) un **sondage de W.H.R.A. LEXIS** si $L^2 < 1$;

(b) un **sondage de J. BERNOULLI** si $L^2 = 1$;

(c) un **sondage de S.D. POISSON** si $L^2 > 1$.

(iii) La statistique $B^2 = (k - 1) L^2$ est appelée **indice de dispersion binomial**. Elle est utilisée comme **statistique de test** pour tester l'**hypothèse d'homogénéité** des k populations d'où sont tirés les échantillons, compte tenu de la **propriété asymptotique (convergence en loi)** suivante :

$$(4) \quad B^2 \xrightarrow{\mathcal{L}}_{\min(N(1), \dots, N(k)) \rightarrow +\infty} \mathcal{X}_{k-1}^2 \quad (\text{loi du chi-deux à } k-1 \text{ degrés de liberté}),$$

où $N(i)$ désigne encore N_i .