**RÉGRESSION ORTHOGONALE (2) (J1, M)**
(09 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Cette expression de **régression orthogonale**, identique à la précédente, ne désigne cependant pas une méthode d'estimation, mais un **modèle de régression** (eg linéaire), qui s'exprime (dans l'**espace des variables**) sous la forme :

(1) $\eta = \xi' b + \varepsilon$, avec $E\,\varepsilon = 0$, $V\,\varepsilon = \sigma^2$,

dans laquelle la **dispersion** de l'**estimateur des moindres carrés ordinaires** (linéaire) $b^\wedge$ de b est une simple (N,N)-**matrice diagonale**.

Autrement dit, si $(\xi, \eta)$ est observé selon (X, y), avec $X \in M_{NK}$ (**R**) et $y \in \mathbf{R}^N$, alors la **matrice des covariances** :

(2) $V\, b^\wedge = \sigma^2 (X' X)^{-1}$

est identique à une matrice diagonale $D = (d_{\alpha\beta})_{(\alpha,\beta)} \in D_K$ (**R**), avec :

(3) $d_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} (\sigma^2 / ||x_\alpha||^2)$, $\forall (\alpha, \beta)$ tq $\beta \neq \alpha$,

où la **matrice d'observation** X est représentée en vecteurs colonnes selon $[x_1 ,..., x_K]$ et $\delta_{\alpha\beta}$ désigne le **symbole de KRONECKER**.

Par suite, les calculs impliqués par la **méthode des mco** en sont simplifiés. La méthode d'estimation de b par $b^\wedge$ est encore (improprement) appelée « régression orthogonale ».

(ii) Ainsi, lorsque, dans (1), la variable $\xi_k$ est, $\forall k \in N_K$*, un polynôme de degré k - 1 pr à une même **vars** $\alpha$, ie si $\xi_k = \Phi_k (\alpha)$ (avec d° $\Phi_k$ = k - 1), et si $\alpha$ est une variable « observée » selon $a = (a_1 ,..., a_N)$, alors (1) devient, compte tenu des observations (y , a) :

(4) $y = \Phi (a) . b + u$, avec $\Phi (a) = \{(\Phi_1 (a_1) ... \Phi_K (a_1))$ /// $(\Phi_1 (a_N) ... \Phi_K (a_N))\}$.

où /// désigne des sauts de lignes matriciels, ie :

(4) $$y = \Phi(a) . b + u, \quad \text{avec} \quad \Phi(a) = \begin{pmatrix} \Phi_1(a_1) & \cdots & \Phi_K(a_1) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \Phi_1(a_N) & \cdots & \Phi_K(a_N) \end{pmatrix}.$$

Souvent, les polynômes sont (deux à deux) orthogonaux, ie :

(5) $\Sigma_{n=1}^N \Phi_k (a_n) . \Phi_l (a_n) = 0$, $\forall (k, l)$ tq $l \neq k$.

La méthode de régression orthogonale est alors applicable.