RESTRICTION(S) A PRIORI (G, J)
(23 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **restriction a priori** est généralement relative à une **représentation statistique** dont les paramètres sont assujettis à « trop » de conditions ou de contraintes (nullité, **relations d'exclusion**, valeurs connues a priori, **relations fonctionnelles** entre eux, etc), ou encore dépendent d'autres paramètres de façon restrictive.

(i) Soit ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$, $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$) un **modèle statistique** (**modèle image**) paramétré dont le **paramètre d'intérêt** est $\theta \in \Theta$.

On suppose :

(a) que ce modèle est un **modèle paramétrique**, ie que $\Theta \subset V$, **espace vectoriel** réel de dimension Dim V = Q, que Dim Θ = Q (ie Θ n'est pas inclus dans une variété de V de dimension inférieure à Q) ;

(b) qu'il existe un espace vectoriel réel W de dimension Dim W = S et une application, parfois appelée « **contrainte** » ou « **(re)paramétrisation** » (cf **paramétrisation**) :

(1) $f : W \mapsto \Theta$

qui relie θ à un autre « **paramètre** » $\tau \in W$.

On appelle **restriction a priori** l'application f, ou l'équation $\theta = f(\tau)$.

(ii) Le modèle précédent est :

(a) un **modèle identifié**, ou un **modèle juste identifié**, ou un **modèle identifiable**, ssi Dim W = Dim V (ie S = Q) ;

(b) un **modèle sur-identifié** ssi Dim W < Dim V (ie S < Q). Dans ce cas, il existe (en général) Q - S restrictions sur l'ensemble Θ : on dit que f impose des restrictions a priori sur Θ puisque Q - S coordonnées de θ dépendent des S autres ;

(c) un **modèle sous-identifié** ssi Dim W > Dim V (ie S > Q). Dans ce cas, la contrainte f n'est généralement pas inversible car il n'existe pas assez de restrictions a priori sur Θ. On dit aussi que ce modèle est un « **modèle non identifié** » ou un « **modèle non identifiable** », puisque l'équation $\theta = f(\tau)$ possède plusieurs solutions. On doit donc généralement imposer S - Q restrictions supplémentaires sur Θ (cf aussi **degré de liberté**).

(ii) La notion précédente est **globale**, car elle est définie $\forall\ \theta \in \Theta$. On définit des notions analogues **locales** en considérant des valeurs $\theta \in \mathcal{V}^*$, **voisinage** de la **vraie valeur** (inconnue) θ^* ou d'un **estimateur** $\tilde{\theta}$ de θ^*.

(iii) Si une méthode d'estimation évalue θ^* à l'aide d'un estimateur $\tilde{\theta} = t(X)$ sans tenir compte de la restriction f, elle conduit généralement à des valeurs de $\tilde{\theta}$ différentes de celles obtenues en tenant compte de cette restriction.

Ces **situations statistiques** apparaissent notamment dans l'étude du **modèle d'interdépendance**. Elle conduisent à définir un certain nombre de critères permettant de déterminer si une identification est réalisée (cf **conditions d'identification**).