

RETARD (N, N12)

(07 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **retard** est liée à l'étude des **processus stochastiques** ou des **séries temporelles**, et permet notamment de définir la notion de **modèle dynamique** (cf **classification des modèles, opérateur avance**).

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ et $Y = (Y_t)_{t \in T}$ deux processus indexés par un même **ensemble ordonné** (T, \leq) (cf **relation d'ordre**).

On dit que la variable Y_t est en **retard** pr à (ou sur) la variable X_s ssi $s < t$.

Si (T, \leq) est un **groupe** ordonné, ou si $T \subset \mathbf{R}$, et s'il existe $H > 0$ tq $s + H \in T$, on dit que la variable Y_{s+H} est en **retard de durée H**, ou en **retard d'ordre H**, pr à (ou sur) la variable X_s . On dit, de façon équivalente, que X_s est en **avance de durée H**, ou en **avance d'ordre H**, pr à (ou sur) la variable Y_t (resp Y_{s+H}).

(ii) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ un processus tq $T \subset \mathbf{R}$.

On appelle **processus retardé de durée H** associé à X le processus $X_{-H} = (X_{t-H})_{t \in T}$ (où l'on suppose que $H > 0$ et $t - H \in T, \forall t \in T$). Le plus souvent, $H \in \mathbf{N}^*$.

(iii) Un **modèle dynamique** se caractérise par la présence d'au moins un retard entre les variables dont il décrit le comportement ou les liaisons.

(iv) La notion de **causalité** (temporelle) est souvent associée à celle de retard. Ainsi, on peut dire que le processus X cause le processus Y ssi il existe une « liaison » entre Y et les valeurs retardées de X , représentant toutes l'**information** disponible (ou retenue) à chaque instant $t \in T$ considéré.

Une telle liaison peut eg se représenter eg :

(a) à l'aide de la **loi conditionnelle** de Y_t relativement à une suite (éventuellement infinie) de **variables** $X_{t-H(1)}, \dots, X_{t-H(p)}$ (avec $0 < H_1 < \dots < H_p$ et $t-H < j \in T, \forall j \in N_p^*$), en notant par commodité $H(j)$ pour désigner H_j ($\forall j \in N_p^*$);

(b) ou à l'aide du coefficient de **corrélacion croisée retardée** entre Y_t et X_{t-H} (si X_{t-H} est seul supposé influencer sur Y_t);

(c) ou encore à l'aide d'une **régression** de Y_t sur une suite de variables tq les précédentes (cf eg **modèle autorégressif, modèle à retards échelonnés, moyenne mobile, processus de moyenne mobile**), etc.

Dans certains cas, on peut dire que la causalité entre X et Y est d'autant plus forte que la « liaison » entre Y_t et les « valeurs passées » $X_{t-H(1)}, \dots, X_{t-H(p)}$ de X_t « augmente » lorsque l'un (au moins) des retards H_j ($j \in N_p^*$) diminue. Un cas extrême serait celui où la **loi conditionnelle** de Y_t relative à ces valeurs passées dégénérerait en une **loi de DIRAC** lorsque $\max_{j=1}^p H_j \rightarrow 0$.

