SCHÉMA DE BERNOULLI (C7, D1)
(20 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit (Ω, $\mathscr{T}$, P) un **espace probabilisé** et $p \in [0, 1]$.

On appelle **schéma de J. BERNOULLI** toute **suite** $(A_n)_{n=1,...,N}$ d'**événements** $A_n \in \mathscr{T}$ indépendants et de même probabilité $P(A_n) = p$ (avec n = 1 ,..., N) (cf aussi **indépendance stochastique**, **suite iid**, **tirage bernoullien**).

Le nombre d'événements d'indice inférieur à n qui se réalisent est, $\forall n \in \mathbf{N}^*$:

(1) $S_n = \Sigma_{i=1}^n \mathbf{1}(A_i)$,

où $\mathbf{1}(A)$ désigne la **fonction indicatrice** de l'événement A.

(ii) Les **vars** $\mathbf{1}(A_n)$ sont appelées **variables de BERNOULLI**. Elles constituent une **suite iid** selon la **loi de probabilité** élémentaire :

(2) $b = p \cdot \delta_1 + (1 - p) \cdot \delta_0$.

Par suite, la loi de S_n est la n-ième puissance de convolution de b (cf **convolution des lois**), ie :

(3) $\mathscr{L}(S_n) = b^{*n} = \Sigma_{i=0}^n C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} \delta_i$, (ie la **loi binômiale** $\mathscr{B}(n, p)$).

Cette loi binômiale est parfois aussi appelée **loi de BERNOULLI**. Autrement dit :

(3) $P([S_n = s]) = C_n^s p^s (1 - p)^{n-s}, \quad \forall s \in N_n$.