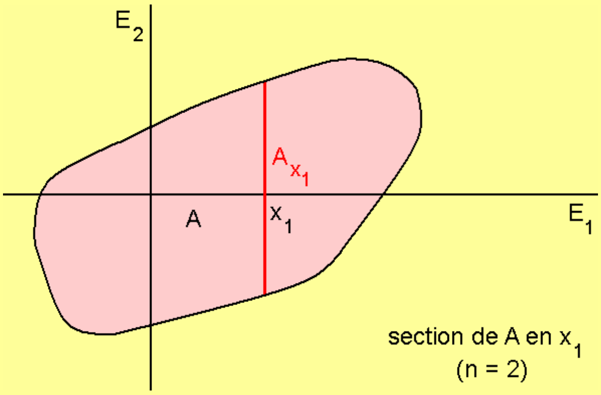
SECTION D'UN PRODUIT CARTÉSIEN (A2, A10)
(09 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(E_i)_{i=1,...,n}$ une suite finie d'**ensembles** E_i , $E = \prod_{i=1}^n E_i$ leur produit cartésien et A une **partie** de E. Pour tout i = 1 ,..., n, on pose $E_{(i)} = \prod_{j \neq i} E_j$ et $x_{(i)} = (x_1 ,..., x_{i-1} , x_{i+1} ,..., x_n) \in E_{(i)}$.

On appelle **section (simple) de A** en $x_{(i)} \in E_{(i)}$ la partie de $E_{(i)}$ définie par (cf schéma ci-après) :

(1) $A_{(i)} = \{x_i \in E_i : x \in A\}$,

où x dénote le n-uple $(x_1 ,..., x_n)$.



(ii) Dans le même cadre, soit F un ensemble quelconque et f : E f une **application** donnée.

On appelle section de f en $x_{(i)} \in E_{(i)}$ l'application f $(x_{(i)})$ de E_i dans F définie par :

(2) $f(x_{(i)}) : x_i \mapsto f(x)$ (même notation).

(iii) On établit l'égalité élémentaire suivante entre **fonctions indicatrices** :

(3) $\mathbf{1}(A_{(i)}) = \mathbf{1}_A (x_1 ,..., x_{i-1} , \bullet , x_{i+1} ,..., x_n)$,

avec les notations précédentes.

(iv) La notion de section peut s'étendre à plusieurs des ensembles E_i de $(E_i)_{i=1,...,n}$. Si A est une **partie** de $E = \prod_{i=1}^n E_i$ et $(i_1 ,..., i_p)$ un sous-indice (avec $i_\alpha \neq i_\beta$, $\forall (\alpha, \beta)$ tq $\beta \neq \alpha$), on pose, pour tout $(i_1 ,..., i_p)$, $E_{(i1,...,ip)} = \prod_{j \notin (i1,...,ip)} E_j$ et $x_{(i1,...,ip)} = (x_1 ,..., x_{i1-1} , x_{i1+1} ,..., x_{ip-1} , x_{ip+1} ,..., x_n) \in E_{(i1,...,ip)}$.

On appelle alors **section multiple de A** en $x_{(i1,...,ip)} \in E_{(i1,...,ip)}$ la partie de $E_{(i1,...,ip)}$ définie par :

(1) $A_{(i1,...,ip)} = \{x_{ij} \in E_i : x \in A, \forall j = 1 ,..., p\}$.