

## SÉLECTION ALÉATOIRE (E, N)

(21 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un **espace probabilisé**,  $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ , un **espace d'observation**,  $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$  une **variable aléatoire**, dont la loi est notée  $P^\xi$ , et  $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$  une **suite iid** constituée de **copies** de  $\xi$  (**variable parente**), ie un **processus purement aléatoire** en **temps** discret. Soit  $N = (N_\alpha)_{\alpha \in \mathbf{N}}$  une suite de **va** entières naturelle (ie à valeurs dans  $\mathbf{N}$ ) tq :

(a)  $N_\alpha < N_{\alpha+1}$ ,  $\forall \alpha \in \mathbf{N}$  (suite strictement croissante) ;

(b)  $\forall \alpha \in \mathbf{N}$  et  $\forall n \in \mathbf{N}$ , l'événement  $[N_\alpha = n]$  est défini à partir de la suite  $\{X_0, X_1, \dots, X_{n-1}\}$ .

On dit alors que la suite extraite, notée  $X_{(N)} = (X_{N(\alpha)})_{\alpha \in \mathbf{N}}$ , ou encore le processus extrait correspondant, constitue une **sélection aléatoire**, ou parfois un **échantillon aléatoire**, dans  $X$  selon la suite  $N$ .

L'application  $X \mapsto X_{(N)}$  est alors appelée **procédure de sélection aléatoire**, ou **procédure d'échantillonnage aléatoire** (cf aussi **sommation aléatoire**, **temps d'arrêt**).

Lorsque  $X$  n'est pas une suite indépendante, se pose le problème de l'étude de la **loi asymptotique** de  $X_{(N)}$ , notamment l'étude des conditions sous lesquelles cette dernière est identique à la loi asymptotique de  $X$ . Dans ce contexte, on suppose souvent qu'il existe une suite  $(n_\alpha)_{\alpha \in \mathbf{N}}$  de nombres entiers naturels tq, à la fois :

$$(2) \quad \begin{aligned} & \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} n_\alpha = L, \\ & \text{et} \\ & P\text{-}\lim_{\alpha} (N_\alpha / n_\alpha) = L, \end{aligned}$$

où  $L$  est une **va** positive (en général à valeurs dans  $\mathbf{Q}$ ), éventuellement dégénérée (ie tq  $L = \text{constante}$ ,  $P$ -p.s.) (cf **variable dégénérée**, **loi de DIRAC**).