SEMI-DISTANCE (A4)
(21 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Dans certaines **situations statistiques**, les axiomes définissant la notion de **distance** (ou de **métrique**) usuelle ne sont pas tous nécessaires, ou certains d'entre eux doivent être modifiés. Ceci conduit à définir des « pseudo-distances », « quasi-distances » ou « semi-distances ».

(i) On appelle **semi-distance**, ou **semi-métrique**, sur un **ensemble** E toute **application** d : $E^2 \mapsto \mathbf{R}$ tq :

(a) $d(x, y) = d(y, x), \forall (x, y) \in E^2$ (symétrie) ;

(b) $d(x, x) = 0, \forall x \in E$;

(c) $d(x, z) = d(x, y) + d(y, z), \forall (x, y, z) \in E^3$ (**inégalité triangulaire**).

A la différence de la notion de distance, il peut exister des couples $(x, y) \in E^2$ tq $y = x$ et cependant $d(x, y) = 0$ (cf aussi **écart**).

(ii) On appelle **espace semi-distancié**, ou **espace semi-métrique**, le couple (E, d) ainsi défini.

On appelle aussi du même nom la donnée de E et d'une famille $(d_i)_{i \in I}$ de semi-distances sur E tq :

(1) $\forall J \in \mathscr{P}_f(I)$, il existe $i \in I$ tq $d_i \geq d_j$, $\forall i \in I$,

où $\mathscr{P}_f(I)$ désigne l'ensemble des **parties finies** de I.

Une semi-norme engendre une **semi-distance** sur un **espace vectoriel** donné (cf **norme**).