SÉRIE DE FOURIER FINIE (A9, A10, A16, J8, N7)
(21 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion de **série de FOURIER « finie »**, ou **transformation de FOURIER « rapide »**, résulte d'une « troncature » d'une **série de FOURIER**. associée à une chronique.

(i) Si $(x_t)_{t=1,\dots,T}$ est une **série temporelle** réelle scalaire, elle peut se décomposer sous la forme :

(1) $x_t = \mu_t + \Sigma_{\theta=1}^{M} x_{\theta t}$, $\forall t \in N_T^*$,

où :

(a) $M = [T / 2]$ (cf **partie entière**), ie $M = T / 2$ si $T \in 2$ **N**, $M = (T-1) / 2$ si $T \in 2$ **N** $+ 1)$;

(b) $\mu_t = E\, x_t$ est la **tendance** moyenne du processus X sous-jacent à x ;

(c) $x_{\theta t}$ est une **composante sinusoïdale** de période T / θ, dont l'**amplitude** et la **phase** dépendent de x.

(ii) On montre que $x_{\theta t}$ est la partie réelle du développement :

(2) $z_{\theta t} = \Sigma_{\tau=1}^{T} x_\tau \,.\, \exp \{i\, \omega_\tau\, (t - \tau)\}$, $\forall t \in N_T^*$,

où, $\forall \tau \in N_T^*$, $\omega_\tau = (2\, \pi\, \theta) / T$ désigne la **fréquence « propre »** de $z_{\theta t}$.