SOMME ALÉATOIRE (N)
(13 / 06 / 2019)

L'expression **somme aléatoire**, ou **sommation aléatoire**, peut s'entendre selon deux sens distincts.

On note $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace fondamental**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace probabilisable**, $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une une **suite** quelconque de **va** (scalaires ou vectorielles) $X_n : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), eg un **processus** en **temps** discret, et $N : \Omega \mapsto \mathbf{N}^*$ une va scalaire entière.

(i) Le premier sens d'une **somme aléatoire** est celui d'une somme usuelle portant sur la suite X, ie (cf **somme de variables aléatoires**) :

(1) $S_N = \Sigma_{n=1}^{N} X_n$,

Le nombre N de termes de la somme est un nombre certain. Cette notion se relie souvent aux théorèmes de convergence : **théorème de la limite centrale**, **loi des grands nombres**, etc.

(ii) Le second sens d'une **somme aléatoire** est celui d'une somme de la forme :

(2) $S_{N(\omega)} (\omega) = \Sigma_{n=1}^{N(\omega)} X_n (\omega)$,

ie d'une somme de va dont le nombre N lui-même est aléatoire. Autrement dit, $(X , N) = ((X_n)_{n \in \mathbf{N}^*} , N)$ est un couple constitué d'une suite X tq la précédente et d'une va entière N (cf **sommation aléatoire**).

(iii) Ces deux notions sont définies sur le même **espace probabilisé** fondamental $(\Omega, \mathcal{T}, P)$. Elles se relient aussi aux théorèmes de convergence et utilisent notamment les notions de **fonction caractéristique** et de **fonction génératrice** : cas où $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ et N sont indépendantes.