SOMME DIRECTE (DE SOUS-ESPACES VECTORIELS) (A3)
(13 / 06 / 2019)

(i) Soit E un **espace vectoriel** sur un corps **K**, $(L_i)_{i=1,\ldots,m}$ une **suite** de sous-espaces vectoriels $L_i \triangleleft E$ de E et $S = (L_i)_{i=1,\ldots,m} \triangleleft E$ la **somme vectorielle** des sous-espaces L_i . Par définition, tout élément de S s'écrit (ou se décompose) selon :

(1) $\quad s = \Sigma_{i=1}^{m} x_i = e'_N X , \qquad$ où $x = (x_1 ,\ldots, x_m) \in \Pi_{i=1}^{m} L_i$.

On dit que S est la **somme directe** des sous-espaces L_i (ou de la suite $(L_i)_{i=1,\ldots,m}$) ssi la décomposition (1) est unique, pour tout $s \in S$. On la note alors $S = \oplus_{i=1}^{m} L_i$.

Les espaces composants L_i sont appelés **sous-espaces supplémentaires** (entre eux) dans (ou de) E.

(ii) Dans le cas particulier où m = 2, on a :

(2) $\quad L_1 \cap L_2 = \{0\} \quad \Rightarrow \quad L_1 \oplus L_2 = L_1 + L_2$ (somme vectorielle des sous-espaces).

(iii) Les notions de sous-espace supplémentaire et de somme directe permettent de définir celle de **projecteur**, très utilisée en **Statistique**. Cette dernière conduit à la notion d'**estimateur par projection** (cf **estimateur à distance minimale**, ,**estimateur à distance minimum**, **théorème de la projection orthogonale**, **méthode de moindre norme**, **solution des moindres carrés**).