

### SOMME VECTORIELLE (DE SOUS-ESPACES VECTORIELS) (A3)

(14 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit  $E$  un **espace vectoriel** sur un corps commutatif  $K$  et soit  $L \triangleleft E$  et  $M \triangleleft E$  deux sous-espaces vectoriels (sev) de  $E$ .

On appelle **somme vectorielle**, ou simplement **somme**, de  $L$  et de  $M$  l'ensemble :

$$(1) \quad S = L + M = \{s \in E : s = l + m, \forall (l, m) \in L \times M\} \triangleleft E,$$

constitué d'éléments qui sont la somme d'un élément de chaque sev.

(ii) On montre que :

(a) si  $\dim E = n$ , alors :

$$(2) \quad \dim(L + M) + \dim(L \cap M) = \dim L + \dim M = \dim E = n,$$

avec la convention  $\dim E = 0$  si  $E = \{0\}$  ;

(b) si  $\dim E = n$  et  $L \cap M = \{0\}$ , alors :

$$(3) \quad \dim(L + M) = \dim L + \dim M = \dim(L \oplus M) = n,$$

où  $L \oplus M$  dénote la **somme directe** de  $L$  et de  $M$ .

(iii) La notion s'étend à un nombre quelconque (fini) de sev de  $E$ .