

SOUS-ADDITIVITÉ (D'UNE MESURE) (A5)

(23 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit (E, \mathcal{A}) un **espace mesurable** et μ une **mesure abstraite** sur \mathcal{A} .

La mesure μ possède la **propriété de sous-additivité**, ie :

$$(1) \quad \mu (A \cup B) \leq \mu (A) + \mu (B), \quad \forall (A, B) \in \mathcal{A}^2.$$

(ii) Plus généralement, μ vérifie la propriété de **sous-sigma-additivité** (ou **sous- σ -additivité**) suivante :

$$(2) \quad \mu \left(\bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n \right) \leq \sum_{n \in \mathbf{N}} \mu (A_n), \quad \text{pour toute suite } (A_n)_{n \in \mathbf{N}} \text{ sur } \mathcal{A}.$$

(iii) Les inégalités précédentes sont parfois appelées **inégalités de G. BOOLE**, en particulier lorsque (E, \mathcal{A}, μ) est un **espace probabilisé** (Ω, \mathcal{F}, P) .