

## STATISTIQUE AFFRANCHIE (G1)

(23 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

En **Statistique**, il existe des méthodes « affranchies » basées sur la notion de **statistique affranchie**. Cette notion est distincte de celles de **statistique libre** ou de **statistique ancillaire**.

(i) Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$  un **modèle statistique** de base,  $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$  un **espace mesurable** (**espace d'observation**) et  $X : \Omega \mapsto \mathcal{X}$  une **va** donnée (**échantillon**). On note  $\mathcal{P}^X$  la famille des lp possibles pour X (ie la famille des lois images  $P^X = X(P)$  lorsque P parcourt  $\mathcal{P}$ ) et  $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \mathcal{P}^X)$  le modèle image résultant. On considère enfin un espace mesurable auxiliaire  $(\mathcal{S}, \mathcal{G})$ .

(ii) On appelle **statistique** relative à  $\mathcal{P}^X$  tout fonction  $s$  dépendant de façon mesurable des observations X, ie toute fonction :

$$(1) \quad s : \mathcal{X} \times \mathcal{P}^X \mapsto \mathcal{S}$$

tq la première application partielle  $s(\cdot, P^X) : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{S}$  soit  $\mathcal{G}$ -mesurable,  $\forall P^X \in \mathcal{P}^X$ .

On dit alors que :

(a)  $s$  est une **fonctionnelle** (relative à  $\mathcal{P}^X$ ) ssi  $(\mathcal{S}, \mathcal{G}) = (\mathbf{R}, \mathcal{B}_{\mathbf{R}})$  ;

(b) la statistique  $S = s(X, \cdot)$  est une **statistique affranchie** pr à la famille  $\mathcal{P}^X$  ssi il existe une **mesure de probabilité** Q définie sur  $\mathcal{G}$  et tq,  $\forall P \in \mathcal{P}$  :

$$(2) \quad P([s(X, P^X) \in E]) = Q(E), \quad \forall E \in \mathcal{G} ;$$

(c) S est une **statistique non paramétrique affranchie** pr à la famille  $\mathcal{P}^X$  ssi, outre la condition (2), elle vérifie la suivante :

$$(3) \quad s(\cdot, P_1^X) = s(\cdot, P_2^X), \quad \forall (P_1^X, P_2^X) \in \mathcal{P}^X \times \mathcal{P}^X.$$

Par « statistique non paramétrique » on entend que la statistique S n'est pas explicitement paramétrée.