STATISTIQUE DES EXTREMES (F6)
(18 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **statistique des extrêmes** est une **statistique** définie à partir des **valeurs extrêmes** d'un échantillon.

(i) Soit $\mathscr{X} = \mathscr{X}_0^N$ un ensemble d'observation puissance (cf **espace d'observation**), dans lequel $(\mathscr{X}_0 , \leq)$ est un **groupe** ordonné. Soit $X = (X_1 ,..., X_N)$ un **échantillon** à valeurs dans $\mathscr{X}$ et $X^{(.)} = X^{(1)} ,..., X^{(N)})$ la **statistique ordonnée** associée à X.

Au sens strict, la **statistique des extrêmes** admet la définition générale :

(1) $\quad E_N = e_N (X^{(1)} , X^{(N)}),$

où $e_N : \mathscr{X}_0^2 \mapsto \mathscr{E}$ est une **application mesurable** donnée, à valeurs dans un espace $(\mathscr{E}, \mathscr{A})$.

A titre d'exemples :

(a) $e_N (u, v) = v - u$ permet de définir l'**étendue** empirique (cas d'un groupe additif) ;

(b) $e_N (u, v) = v / u$ permet de définir le **rapport des extrêmes** (cas d'un groupe multiplicatif).

(ii) On étend la notion précédente à des valeurs « moins » extrêmes (cf aussi **moyenne équilibrée**). La **statistique des extrêmes** est alors :

(2) $\quad E_N = e_N (X^{(1)} ,..., X^{(K)} , X^{(L)} ,..., X^{(N)}), \qquad$ avec $1 \leq K < L \leq N$,

où $e_N : \mathscr{X}_0^{K + N - L + 1} \mapsto \mathscr{E}$ est une fonction mesurable donnée, K et L étant des entiers donnés (ou choisis).

Les valeurs intermédiaires $(X^{(K+1)} ,..., X^{(L-1)})$ sont alors ignorées.

(iii) Si $\mathscr{L}(X)$ désigne la **loi de probabilité** de X, celle de $X^{(.)}$ est alors notée $\mathscr{L}(X^{(.)})$. On en déduit la loi $\mathscr{L}((X^{(1)} ,..., X^{(K)} , X^{(L)} ,..., X^{(N)}))$ de $(X^{(1)} ,..., X^{(K)} , X^{(L)} ,..., X^{(N)})$ par **marginalisation** de $\mathscr{L}(X^{(.)})$ pr à $(X^{(K+1)} ,..., X^{(L-1)})$.

(iv) Ce type de statistique intervient dans de nombreuses parties de la **Statistique**, notamment en **Statistique non paramétrique** : cf **aberration**, **queue d'une loi**, **loi à queue épaisse**, **théorie des processus**.