

STATISTIQUE EXHAUSTIVE MINIMALE (G1, G5)

(13 / 06 / 2019)

Dans le contexte définissant la notion de **statistique exhaustive**, on suppose que $(\mathcal{S}, \mathcal{E})$ et $(\mathcal{Z}, \mathcal{D})$ sont deux **espaces mesurables** auxiliaires et que $s : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{S}$ et $t : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Z}$ sont des statistiques exhaustives.

(i) $S = s(X)$ est appelée **statistique exhaustive minimale**, ou simplement **statistique minimale**, ssi, quelle que soit $t : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Z}$, il existe une application $(\mathcal{D}, \mathcal{E})$ -mesurable $\psi : \mathcal{Z} \mapsto \mathcal{S}$ tq :

$$(1) \quad \forall \theta \in \Theta, \quad s = \psi \circ t \quad (P_\theta^X\text{-p.s.}).$$

(ii) Une statistique minimale est donc une statistique exhaustive qui « réduit » le plus possible l'**espace d'observation** $\mathcal{X}$ sans perdre néanmoins l'**information** relative à $\theta \in \Theta$. Cette propriété est caractéristique du concept de minimalité pour une statistique.

Dans (1), la fonction ψ dépend, en général, de la statistique alternative t considérée ; c'est pourquoi elle est parfois notée ψ_t .