STATISTIQUE RÉGULIÈRE (G1)
(02 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de « régularité » intervient dans diverses circonstances, tant en mathématique qu'en Statistique : cf **condition de régularité**, **opérateur** régulier ou **matrice régulière**, **mesure régulière**, **probabilité régulière**, **modèle régulier**, **estimateur régulier**, etc. A contrario, il existe des situation de **singularité** : cf **matrice singulière**, **loi singulière**, etc.

(i) Ainsi, étant donné un **modèle image** ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$, $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$) pour lequel $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est une **famille de lois dominée** par une **mesure positive** σ-finie μ, et une fonction vectorielle mesurable g : $\Theta \mapsto \Gamma$ (où $\Gamma \subset \mathbf{R}^Q$), on considère la **statistique** S définie à l'aide d'une **application mesurable** s : $\mathscr{X} \mapsto$ g (Θ) selon S = s o X.

On dit alors que s (resp S) est une **statistique régulière** ssi :

(a) $s \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}Q}^2$ ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$, P_θ^X) (resp $S \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}Q}^2$ (Ω, $\mathscr{T}$, P_θ)) pour tout $\theta \in \Theta$ (où **R**Q désigne $\mathbf{R}^Q$) ;

(b) si l'on note f (. , θ) = $dP_\theta^X / d\mu$ la **dérivée de NIKODYM-RADON** (**densité** ou **vraisemblance**), l'interversion entre dérivation partielle par rapport à θ (cf **dérivée partielle**) et intégration par rapport à μ est licite :

(1) $$D_2 \int t(x)\, f(x, \theta)\, d\mu(x) = \int t(x)\, D_2 f(x, \theta)\, d\mu(x), \qquad \forall \theta \in \Theta.$$

(ii) La famille $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ étant dominée par μ, on peut aussi écrire :

(2) $$D_2 \int t\, dP_\theta^X = \int t\, D_2 (dP_\theta^X), \qquad \forall \theta \in \Theta.$$