STATISTIQUES DE HOGG (F1, F6, G1)
(02 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé**, $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ une **vars** dont la **loi** est notée P^ξ et un **échantillon iid** $X = (X_1, \ldots, X_N)$ de **variable parente** ξ.

On appelle parfois **statistiques de K.V. HOGG** des **statistiques** réelles scalaires, de carré intégrable :

$$(1) \qquad \begin{array}{l} s : \mathbf{R}^N \mapsto \mathbf{R}, \\ t : \mathbf{R}^N \mapsto \mathbf{R}, \end{array}$$

tq, pour tout $h \in \mathbf{R}$ (cf **statistique équivariante**) :

$$(2) \qquad \begin{array}{lll} s(X + h\, e_N) = s(X) + h, & s(-X) = -s(X) & \text{(imparité)} \\ t(X + h\, e_N) = t(X), & t(-X) = t(X) & \text{(parité),} \end{array}$$

où l'on note $X + h\, e_N = (X_1 + h, \ldots, X_N + h)$ et où $e_N = (1, \ldots, 1)' \in \mathbf{R}^N$ (premier vecteur bissecteur de $\mathbf{R}^N$).

(ii) On montre que :

(a) si P^ξ est une **loi symétrique**, la **corrélation** entre $S = s(X)$ et $T = t(X)$ est nulle, ie :

$$(3) \qquad P^{-\xi} = P^\xi \Rightarrow \rho_{ST} = 0 ;$$

(b) si P^ξ est symétrique par rapport à $\alpha \in \mathbf{R}$ et si $\xi \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}}^1(\Omega, \mathcal{T}, P)$, l'**espérance conditionnelle** de S sachant T est centrée en α, ie : $E^T S = \alpha$.

(iii) A titre d'exemple, la **moyenne empirique** et la **médiane empirique** sont des statistiques de HOGG de type impair. L'**étendue** (empirique), l'**écart absolu moyen** (empirique) par rapport à la médiane et la **variance empirique** sont des statistiques de HOGG de type pair.