

STRUCTURE PRODUIT (A3-A5)

(20 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(E_i)_{i=1,\dots,n}$ une **suite** (finie) d'**ensembles** E_i ($i = 1, \dots, n$). On suppose que chaque E_i ($i = 1, \dots, n$) est doté d'une **structure** \mathcal{S}_i de même type que les autres : eg structure algébrique, structure topologique, structure mesurable, etc. On note $E = \prod_{i=1}^n E_i$ l'ensemble produit de cette suite, ie son **produit cartésien** (cf **produit, section d'un produit cartésien**).

Il est alors généralement possible de définir sur E une structure \mathcal{S} à partir des précédentes. On appelle \mathcal{S} la **structure produit** engendrée par la suite $(\mathcal{S}_i)_{i=1,\dots,n}$. Autrement dit, la suite (finie) des structures (E_i, \mathcal{S}_i) ($i = 1, \dots, n$) engendre une structure produit (E, \mathcal{S}) .

Ainsi :

(a) dans le cas des structures topologiques (E_i, \mathcal{O}_i) , la structure produit (E, \mathcal{O}) est tq la topologie \mathcal{O} rend continues toutes les **projections** $pr_i : E \mapsto E_i$; de même (cf **continuité, application continue**) ;

(b) dans le cas des structures mesurables, (E_i, \mathcal{A}_i) , la structure produit (E, \mathcal{A}) est tq la **tribu** \mathcal{A} rend mesurables toutes les projections $pr_i : E \mapsto E_i$ (cf **mesurabilité, application mesurable**).

(ii) Ainsi :

(a) en théorie de la mesure ou en **calcul des probabilités**, on peut définir les notions :

(a)₁ d'**espace mesurable produit** (cf **produit d'espaces mesurables**) ;

(a)₂ de **mesure produit** ;

(a)₃ d'**espace mesuré produit** (cf **produit d'espaces mesurés**) ;

(a)₄ d'**espace probabilisé produit** (cf **produit d'espaces probabilisés**) ;

(b) en **Statistique**, on peut définir les notions de **plan d'expérience produit**, de **modèle produit**, etc.