

## SUITE (A2)

(18 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $E$  un **ensemble** quelconque.

On appelle **suite d'éléments** de  $E$ , ou simplement **suite** sur  $E$ , toute **application** de  $\mathbf{N}$  (ou de tout autre ensemble au plus dénombrable : eg  $\mathbf{N}_n$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ , etc) dans  $E$ , ie tout élément de  $E^{\mathbf{N}}$ .

Si  $f : \mathbf{N} \mapsto E$  est une telle application, on note généralement  $x_n = f(n)$  l'image de  $n \in \mathbf{N}$  par  $f$ . La suite est alors notée  $x = (x_n)_{n \in \mathbf{N}}$ , ou encore  $x = (x_n)_n$  (si l'ensemble des **indices** est supposé connu), ou simplement  $x$ . On a donc  $x \in E^{\mathbf{N}}$ .

(ii) Plus généralement, étant donné  $p \in \mathbf{N}^*$ , on appelle **suite multiple d'éléments** de  $E$ , ou simplement **suite multiple** sur  $E$ , ou parfois **p-suite** sur  $E$ , toute application de  $\mathbf{N}^p$  dans  $E$ , ie tout élément de  $E^{\mathbf{N}^p}$  (où  $\mathbf{N}^p$  désigne, par commodité,  $\mathbf{N}^p$ ).

Si  $f : \mathbf{N}^p \mapsto E$  est une telle application, on note généralement  $x_n = f(n)$  l'image de  $n = (n_1, \dots, n_p) \in \mathbf{N}^p$  par  $f$ . La suite est alors notée  $x = (x_n)_{n \in \mathbf{N}^p}$ , ou encore  $x = (x_n)_n$  (si l'ensemble des indices multiples est supposé connu), ou simplement  $x$ . On a donc  $x \in E^{\mathbf{N}^p}$ , et  $x$  est aussi appelée **p-suite**.

Comme précédemment,  $\mathbf{N}$  peut ici être remplacé par un ensemble au plus dénombrable : eg  $\mathbf{N}_n$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ , etc.

(iii) On appelle **suite de parties** de  $E$  toute suite sur  $\mathcal{P}(E)$ , ie une application de  $\mathbf{N}$  dans  $\mathcal{P}(E)$ , élément de  $(\mathcal{P}(E))^{\mathbf{N}}$ .

On note  $A = (A_n)_{n \in \mathbf{N}}$ , ou simplement  $(A_n)_n$  ou encore  $A$ , une telle suite, où  $A_n \in E$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}$ .

Une suite  $A$  de parties de  $E$  est appelée **suite croissante** (resp **suite décroissante**) au sens large ssi  $A_n \subset A_{n+1}$  (resp  $A_n \supset A_{n+1}$ ), pour tout  $n \in \mathbf{N}$ .

On note alors  $A_{\infty}^+ = \bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n$  (resp.  $A_{\infty}^- = \bigcap_{n \in \mathbf{N}} A_n$ ) la limite de la suite  $A$ , et l'on note  $A_n \uparrow A_{\infty}^+$  (resp  $A_n \downarrow A_{\infty}^-$ ) (cf **limite ensembliste**).

(iv) Une **suite multiple de parties** se définit comme application de  $\mathbf{N}^p$  dans  $\mathcal{P}(E)$ , ie tout élément de  $(\mathcal{P}(E))^{\mathbf{N}^p}$ .