

SUITE (A2)

(18 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit E un **ensemble** quelconque.

On appelle **suite d'éléments** de E , ou simplement **suite** sur E , toute **application** de \mathbf{N} (ou de tout autre ensemble au plus dénombrable : eg \mathbf{N}_n , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{D} , etc) dans E , ie tout élément de $E^{\mathbf{N}}$.

Si $f : \mathbf{N} \mapsto E$ est une telle application, on note généralement $x_n = f(n)$ l'image de $n \in \mathbf{N}$ par f . La suite est alors notée $x = (x_n)_{n \in \mathbf{N}}$, ou encore $x = (x_n)_n$ (si l'ensemble des **indices** est supposé connu), ou simplement x . On a donc $x \in E^{\mathbf{N}}$.

(ii) Plus généralement, étant donné $p \in \mathbf{N}^*$, on appelle **suite multiple d'éléments** de E , ou simplement **suite multiple** sur E , ou parfois **p-suite** sur E , toute application de \mathbf{N}^p dans E , ie tout élément de $E^{\mathbf{N}^p}$ (où \mathbf{N}^p désigne, par commodité, \mathbf{N}^p).

Si $f : \mathbf{N}^p \mapsto E$ est une telle application, on note généralement $x_n = f(n)$ l'image de $n = (n_1, \dots, n_p) \in \mathbf{N}^p$ par f . La suite est alors notée $x = (x_n)_{n \in \mathbf{N}^p}$, ou encore $x = (x_n)_n$ (si l'ensemble des indices multiples est supposé connu), ou simplement x . On a donc $x \in E^{\mathbf{N}^p}$, et x est aussi appelée **p-suite**.

Comme précédemment, \mathbf{N} peut ici être remplacé par un ensemble au plus dénombrable : eg \mathbf{N}_n , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{D} , etc.

(iii) On appelle **suite de parties** de E toute suite sur $\mathcal{P}(E)$, ie une application de \mathbf{N} dans $\mathcal{P}(E)$, élément de $(\mathcal{P}(E))^{\mathbf{N}}$.

On note $A = (A_n)_{n \in \mathbf{N}}$, ou simplement $(A_n)_n$ ou encore A , une telle suite, où $A_n \in E$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

Une suite A de parties de E est appelée **suite croissante** (resp **suite décroissante**) au sens large ssi $A_n \subset A_{n+1}$ (resp $A_n \supset A_{n+1}$), pour tout $n \in \mathbf{N}$.

On note alors $A_{\infty}^+ = \bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n$ (resp. $A_{\infty}^- = \bigcap_{n \in \mathbf{N}} A_n$) la limite de la suite A , et l'on note $A_n \uparrow A_{\infty}^+$ (resp $A_n \downarrow A_{\infty}^-$) (cf **limite ensembliste**).

(iv) Une **suite multiple de parties** se définit comme application de \mathbf{N}^p dans $\mathcal{P}(E)$, ie tout élément de $(\mathcal{P}(E))^{\mathbf{N}^p}$.