SUITE DE PROBLÈMES D'ESTIMATION (H1)
(02 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega_n , \mathscr{T}_n , \mathscr{P}_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite de modèles statistiques**, $(\mathscr{X}_n , \mathscr{B}_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite** d'**espaces probabilisables** et $(X_n : \Omega_n \mapsto \mathscr{X}_n)$ une suite de **va** (**échantillons** ou **statistiques**) (avec, éventuellement, $(\mathscr{X}_n , \mathscr{B}_n) = (\Omega_n , \mathscr{T}_n)$, $\forall$ n $\in$ **N** et $X_n = id_{\Omega n}$, $\forall$ n $\in$ **N**) (où $\Omega(n)$ désigne, par commodité, Ω_n).

La suite des **modèles images** associée à la suite initiale est alors notée $(\mathscr{X}_n , \mathscr{B}_n , \mathscr{P}_n^{Xn})_{n \in \mathbf{N}}$.

Soit $(\Gamma, \mathscr{B}_\Gamma)$ un ensemble de **caractéristiques** (**moyennes** ou **espérances mathématiques**, **quantiles**, **densités de probabilité**, etc) associé à toute famille de lois $\mathscr{P}_n^{X(n)}$ (n $\in$ **N**). Pour tout n $\in$ **N**, on peut définir une suite $c = (c_n)_{n \in \mathbf{N}}$ d'applications c_n : $\mathscr{P}_n^{X(n)} \mapsto \Gamma$ (« applications caractéristiques ») qui associent, à toute loi $P_n^{X(n)} \in \mathscr{P}_n^{X(n)}$ une caractéristique $\gamma_n = c_n (P_n^{X(n)})$.

On appelle alors **suite de problèmes d'estimation** la suite :

(1) $\{(\mathscr{X}_n , \mathscr{B}_n , \mathscr{P}_n^{X(n)}), (\Gamma, \mathscr{B}_\Gamma), c_n , t_n , L_n\}_{n \in \mathbf{N}}$

dans laquelle $t_n : \mathscr{X}_n \mapsto \Gamma$ est une **application mesurable** pr à $\mathscr{B}_n$ et $\mathscr{B}_\Gamma$, appelée **estimateur** de γ, et $L_n : \Gamma \times \Gamma \mapsto \mathbf{R}_+$, est une **fonction de perte** qui mesure un coût subi lorsqu'on estime γ.

On dit que $c = (c_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est la **suite des caractéristiques** du problème, que $t = (t_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est la **suite des estimateurs** de γ et que L_n est la **suite des fonctions de perte**. On a donc, pour tout n $\in$ **N** :

(2) $t_n (X_n) = T_n$, $\qquad L_n (T_n , \gamma) \in \mathbf{R}_+$.

(ii) Certaines suites de problèmes d’estimation se présentent sous une forme paramétrée (le modèle statistique utilisé étant présenté sous cette forme).

(iii) On peut enfin considérer la notion d’**estimateur ensembliste** au lieu ce celle d’**estimateur ponctuel** précédente.