

SUITE ÉQUIDISTRIBUÉE, SUITE IDENTIQUEMENT DISTRIBUÉE (E, N2)

(11 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (Ω, \mathcal{F}, P) un **espace probabilisé**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace probabilisable** et $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une suite de **variables aléatoires** $X_n : \Omega \mapsto \mathcal{X}$, de **lois** respectives $P^{X(n)}$ (où $X(n)$ désigne X_n , $\forall n = 1, \dots, N$).

On dit que X est une **suite équadistribuée**, ou encore une **suite identiquement distribuée**, ou encore une **suite légalement homogène**, ssi toutes les va X ont même **loi de probabilité**, soit Q , sur \mathcal{B} :

$$(1) \quad P^{X(n)} = Q, \quad \forall n \in \mathbf{N}.$$

(ii) Plus généralement, on peut considérer une suite $(\Omega_n, \mathcal{F}_n, P_n)_{n \in \mathbf{N}}$ d'espaces probabilisés $(\Omega_n, \mathcal{F}_n, P_n)$ et un espace probabilisable $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$.

On dit alors que la **suite** $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$, constituée de va $X_n : \Omega_n \mapsto \mathcal{X}$, est une **suite équadistribuée**, ou une **suite identiquement distribuée**, ou encore une **suite légalement homogène**, ssi les **lp** $P_n^{X(n)} = X_n (P_n)$ des variables X_n sont toutes identiques à une même loi de probabilité Q définie sur \mathcal{B} , ie ssi :

$$(1)' \quad P_n^{X(n)} = Q, \quad \forall n \in \mathbf{N}.$$

Autrement dit, $P_n^{X(n)}(B) = P_n(X_n^{-1}(B)) = P_n([X_n \in B]) = Q(B)$, $\forall B \in \mathcal{B}$ et $\forall n \in \mathbf{N}$.

(iii) Une suite équadistribuée X n'est pas nécessairement indépendante. Ainsi, pour une suite finie (X_1, X_2) dont la **loi conjointe** est notée $\mathcal{L}(X_1, X_2)$, on peut avoir $\mathcal{L}(X_2) = \mathcal{L}(X_1)$ (identité entre lois marginales) avec, cependant, et $\mathcal{L}(X_2 / X_1) \neq \mathcal{L}(X_2)$.

Lorsqu'une suite équadistribuée est aussi une **suite indépendante**, on dit que c'est une **suite indépendante et équadistribuée**, ou une **suite indépendamment distribuée** (cf **suite iid**).

(iv) La notion d'**équadistribution**, ou d'**homogénéité légale**, précédente s'étend directement à des familles quelconques de **va**, eg à un **processus stochastique** $X = (X_t)_{t \in T}$.