SURFACE DE RÉPONSE (A13, D2, J, L6)
(11 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **surface de réponse** se rencontre fréquemment dans la **théorie des plans d'expérience** (cf **stimulus**). Elle est à rapprocher de la notion de **surface de régression**.

Une surface de réponse est définie par une équation liant une variable endogène (réponse) à une liste de variables exogènes (**facteurs** : stimuli ou niveaux de stimuli).

(i) On considère un vecteur $\xi = (\xi_1 ,..., \xi_K)$ constitué de **variables exogènes** et une **variable endogène** η, toutes à valeurs dans **R** et observables. On suppose que η est liée à ξ selon :

(1) $\eta = \phi(\xi) + \varepsilon,$

où ε est une **va** résiduelle (**perturbation aléatoire**) et où la fonction ϕ n'est pas connue. On appelle alors **surface de réponse** le **graphe** de la fonction ϕ.

Ce graphe peut généralement être estimé à l'aide de méthodes usuelles (cf **modèle de régression**, **régression multiple**) ; cette estimation est parfois seulement « locale » (eg au voisinage d'un extremum de ϕ).

(ii) Ce type d'étude est aussi l'objet de l'**analyse des surfaces de tendance**, ou **analyse des surfaces tendancielles**, qui postule souvent un modèle tq (1) dans lequel ϕ dépend d'un **paramètre**, eg :

$\phi(x) = \exp(- x' b),$ où $b \in \mathbf{R}^K$,

(2) $\text{Log}\, \eta = \xi' b + \varepsilon,$ où $b \in \mathbf{R}^K$,

$\phi(x) = \exp(- b' A(x) b + B(x)' b + C)$ (surface quadratique),

où $b \in \mathbf{R}^Q$, $A : \mathbf{R}^Q \mapsto M_Q(\mathbf{R})$ est une fonction matricielle donnée et $B : \mathbf{R}^K \mapsto \mathbf{R}^Q$ une fonction vectorielle donnée.

(iii) Dans un **plan d'expérience** :

(a) les variables exogènes ξ correspondent à des **facteurs** : les valeurs x correspondent aux « niveaux » de ces facteurs, appelés **traitements** (ainsi en est-il des **doses** administrées de chaque stimulus) ;

(b) η correspond à une **réaction**, ou « **réponse** », observée sur chaque **unité expérimentale** n = 1 ,..., N.

L'ensemble de ces observations sert alors à estimer ϕ.

(iv) Si l'expérimentation peut être répétée (cf **observation répétée**, **plan répété** et **plan à mesures répétées**, **répétition**), on cherche souvent à conduire l'expérience afin d'estimer au mieux la fonction ϕ (globalement ou localement).

A partir d'observations des variables précédentes, et d'une forme analytique ϕ donnée, l'analyse consiste principalement à estimer l'équation (ou ses paramètres, si elle est paramétrée) et à en déduire la (ou les) combinaison(s) optimale(s).

Dans certains cas, la surface considérée possède un **extremum** (maximum ou minimum) qui correspond à une combinaison des exogènes produisant un **effet extrême** (maximum ou minimum) sur l'endogène. L'analyse des surfaces de réponse consiste, à partir d'**expériences** portant sur des **unités statistiques** (**unités expérimentales**), à « repérer » les combinaisons d'exogènes pour lesquelles ces surfaces sont « extrêmes ».