TEMPS (N, O)
(04 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Concept physique, ou philosophique, qui joue un rôle important en **Statistique** : en effet, il permet une observation d'un **phénomène** donné de façon évolutive, et notamment dynamique (cf **modèle dynamique**) :

(a) l'analyse statistique fondée sur un ensemble d'**observations synchrones**, ou **synchronisme** (eg « **coupe instantanée** »), est, par nature, insuffisante pour décrire la plupart des phénomènes étudiés par la science. Ces observations concernent des variables « mesurées » dans un certain **espace** ;

(b) c'est par le moyen d'**observations dyachrones**, ou **dyachronisme**, que de nombreuses relations de « **cause à effet** » ou de **causalité** peuvent être repérées. Ces observations sont généralement relatives à des variables mesurées dans un « espace - temps ».

Ainsi, l'**expérimentation** séquentielle ou l'**échantillonnage** séquentiel, le modèles de **régression** ou d'**interdépendance**, le **modèle autorégressif**, le modèles de **moyenne mobile** figurent parmi les moyens de prendre en compte, pendant la durée d'**observation**, l'aspect dynamique des phénomènes, dont les délais d'**ajustement** (hystérèse).

Le concept de temps est donc étroitement relié à ceux de **processus stochastique** ou de **série temporelle**. Il conduit naturellement à définir diverses notions de **causalité**.

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ un processus stochastique indexé par un **ensemble** T.

On appelle souvent (improprement) cet ensemble T l'**ensemble des « paramètres »** du processus : il représente alors l'**ensemble (ou « espace ») du (ou des) temps**. Cet ensemble est généralement muni d'un **ordre** total $\leq$ car il implique des **relations d'antériorité** ou des **relations d'irréversibilité** entre **événements**. On le note alors $(T, \leq)$.

On dit alors que :

(a) s est un **instant antérieur** à l'instant t ssi $s < t$ (ie $s \leq t$ et $t \neq s$) ;

(b) s est un **instant postérieur** à t ssi $s > t$ (ie $t \leq s$ et $t \neq s$).

(ii) Très généralement, $T \subset \mathbf{R}$, eg :

(a) $T = N_T = \{0, 1,..., T\}$ ou $T = N_T^* = \{1,..., T\}$ (**suite** naturelle finie) ;

(b) $T = Z_{ST} = \{-S ,..., -1, 0, +1,..., +T\}$ ou $T = Z_{TT}$ (suite relative finie, non symétrique ou symétrique) ;

(c) T = **N**, ou **N***, ou **Z** (voire, parfois, **Q** = **Z** / **N*** ou même **D**, ensemble des nombres décimaux) (suite dénombrable) ;

(d) T = [0, T] ou T =]0, T] (parties bornées de $\mathbf{R}_+$) ;

(e) T $\in \mathcal{I}$(**R**) (famille des intervalles de **R**, finis ou non, bornés ou non) ;

(f) T = $\mathbf{R}_+$ ou T = $\mathbf{R}_+^*$ = $\mathbf{R}_+ \setminus \{0\}$;

(g) T = **R** (corps des nombres réels).

Il est aussi possible de concevoir des **temps simultanés**. Ainsi, le temps sociologique (eg administratif public) est généralement strictement périodique (calendriers, règles budgétaires), tandis que le temps écologique (eg météorologique ou agricole) l'est beaucoup moins. De même, le temps « politique » (règles électorales, rythmes parlementaires, etc) ne coïncide pas souvent avec le temps « sociologique » (évolutions sociales, mouvements populaires).

Dans les notations qui précèdent, on peut parfois noter T pour désigner à la fois l'ensemble des valeurs du temps et la borne supérieure de cet ensemble (si aucune confusion n'en résulte) : ainsi, on peut noter T au lieu N_T ou N_T*, ou encore au lieu de [0, T] ou]0, T] (selon le contexte).

(iii) Sauf dans le cas d'une **simulation**, un processus X n'est jamais **observable** : en pratique, on observe une (portion de) série temporelle $x = (x_s)_{s \in S}$, où $x_s = X_s(\omega), \forall s \in S$, et $S \subset T$. A tout élément $\omega \in \Omega$ est ainsi associé une telle série.

(iv) T est souvent muni d'une **tribu de parties** $\mathcal{B}_T$, elle-même munie une **mesure positive** μ : cette mesure définit le **« type de temps »** du processus X. Ainsi :

(a) si T $\in \mathcal{I}$(**R**) (ensemble des intervalles de **R**) et si $\mu = \lambda_{/T}$ (restriction de la mesure de LEBESGUE à T), on dit que X est un **processus en temps continu** ;

(b) si T $\in \mathcal{I}$(**Z**) (ensemble des parties de **Z** de la forme Z = $\{z_1, \ldots, z_2\}$, avec $z_1 \leq z_2$, et si $\mu(Z) = \Sigma_{z=z(1)}^{z=z(2)} \delta_z$ (**mesure discrète**, ou **mesure de comptage**, sur les parties de **Z**), on parle de **processus en temps discrêt** (où z(i) désigne z_i).

(v) L'ensemble S des instants d'observation de x peut différer de celui de X. En effet, une chose est la connaissance du **type de temps d'un processus**, une autre celle du **type de temps d'une série temporelle** engendrée par ce processus : la différence dépend notamment du **système d'observation** du **phénomène** représenté par ce processus (eg **dispositif expérimental**).

Ainsi, si X est un processus :

(a) en temps continu $t \in \mathbf{R}$, il peut (parfois) être observé en temps continu, selon une série temporelle $x = (x_t)_{t \in I}$, où $I \in \mathcal{T}(\mathbf{R})$; mais il peut aussi, dans nombre de cas, être observé en temps discret, selon une série temporelle $x = (x_t)_{t \in T}$, avec :

(1) $T = (a + b\,\mathbf{Z}) \cap J$,

où $(a, b) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}_+^*$ et $J \in \mathcal{T}(\mathbf{R})$ (tel que $J \subset I$) sont donnés (J est la **« période » d'observation** en temps continu correspondant à T) ;

(b) en temps discret, il peut (parfois) être observé en temps continu (**sauts de trajectoire**). Mais il peut aussi, fréquemment, être observé en temps discret. Les instants d'observation du processus et ceux de la série coïncident généralement. Dans le cas contraire, le processus ou la série ne sont que virtuels (ie non observables, ou partiellement observables).

(vi) Dans les questions théoriques, on suppose que l'**espace du temps** $(T, \mathcal{B}_T, \mu)$, où μ est positive, est un **espace mesuré**. Cette **structure** est souvent associée à d'autres structures utiles : ainsi (T, +) peut être un **groupe algébrique** additif, ou aussi $(T, \leq)$ un **ensemble ordonné** (cf **relation d'ordre**), ou encore (T, δ) un espace métrique.

On fait généralement l'hypothèse « naturelle » selon laquelle la fonction :

(2) $(t, \omega) \in T \times \Omega \mapsto X(t, \omega)$ ou $X_t(\omega) = x_t$

est $(\mathcal{B}_T \otimes \mathcal{T}, \mathcal{A})$-mesurable. La mesure produit $\mu \otimes P$ qui s'associe naturellement à ce contexte, est ainsi définie sur $\mathcal{B}_T \otimes \mathcal{T}$.

(vii) Le concept de temps conduit à distinguer les notions suivantes, qui se réfèrent à l' « épaisseur » de temps considérée :

(a) **instant**, ou **moment**, ou **époque**, etc, qui concernent une vision instantanée d'un phénomène ;

(b) **intervalle de temps**, ou **durée**, ou **période**, etc, qui se réfèrent au déroulement d'un phénomène entre deux instants.

Ainsi :

(a) en temps discret $T = \mathbf{Z}$, une durée peut s'exprimer par une différence $d = n - m$, où $(m, n) \in T^2$ est un couple d'instants donné tq $n > m$. Par suite, $d \in \mathbf{N}^*$;

(b) en temps continu $T \subset \mathbf{R}$, une durée peut s'exprimer par une différence $d = b - a$, où $(a, b) \in T^2$ est un couple d'instants donné tq $b > a$. Par suite, $d \in \mathbf{R}_+^*$;

(c) en temps quelconque $(T, \mathscr{B}_T, \mu)$ doté d'un ordre $(T, \leq)$, une durée peut s'exprimer par une différence $d = \mu\,(b - a)$, où $(a, b) \in T^2$ est un couple d'instants donné tq $a \leq b$. Par suite, $d \in \mathbf{R}_+^*$.