

## TEMPS D'ENTRÉE (N)

(06 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La **théorie des processus** permet généralement de représenter un **phénomène** donné, ou un **système** décrivant ce phénomène, à l'aide d'un processus. La notion de **temps d'entrée** se réfère au passage de ce processus par une certain état à un instant donné.

(i) Soit  $X = \{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$  un **processus stochastique** dans lequel  $\mathcal{X}$  désigne l'**espace des états** (ou parfois **espace des « phases »**) et  $(T, \leq)$  un ensemble totalement ordonné (eg  $T = [a, b[$ ) (cf **relation d'ordre**). Un **événement** (ensemble mesurable)  $B \in \mathcal{B}$  représente donc un **état** (ou une « **phase** ») par lequel passe  $X$ .

On définit la **va** (ie l'**ensemble** aléatoire)  $I_B$  selon :

$$(1) \quad I_B(\omega) = \{t \in T : X_t(\omega) = x_t \in B\} \subset T, \quad \forall \omega \in \Omega.$$

Si  $I_B(\omega) \neq \emptyset$ , on appelle alors **temps d'entrée** de  $X$  dans l'état  $B$  la va  $\tau_B : \Omega \mapsto T$  définie par :

$$(2) \quad \tau_B(\omega) = \inf I_B(\omega).$$

Si  $I_B(\omega) = \emptyset$ , on pose  $\tau_B(\omega) =$  indéterminé ou « infini » lorsque  $T = \mathbf{R}$ , et  $\tau_B(\omega) = b$  lorsque  $T = [a, b[$ .

(ii) D'un point de vue concret,  $\tau_B(\omega)$  représente l'instant où une « particule », dont la **trajectoire** est  $t \mapsto X_t(\omega) = x_t$ , pénètre pour la première fois dans  $B$ .

(iii) Sous certaines conditions, on peut montrer qu'un temps d'entrée est un **temps d'arrêt** par rapport à une **filtration** de  $\mathcal{F}$ .